

Mécanique des milieux continus : Examen

Vendredi 7 février 2017 – Durée : 2h

Aucun document autorisé – Calculatrice non autorisée

Ne notez rien sur le sujet.

Le sujet comporte des questions de cours, 2 exercices et un problème indépendants.

Rédigez le problème sur une copie double séparée portant votre nom.

Rendez une copie blanche si vous décidez de ne pas traiter ce problème.

NB : Les résultats devront être clairement justifiés.

Questions de cours (3 pts)

- 1- Donner les hypothèses sur lesquelles la mécanique des milieux continus s'appuie. (1 pt)
- 2- Présenter les données, les inconnues à déterminer et les équations (leurs noms en précisant les notions qu'elles relient) d'un problème de mécanique des milieux continus. (1 pt)
- 3- Donner les hypothèses d'un problème de contraintes planes en précisant les conséquences sur les tenseurs de déformations et de contraintes. (1 pt)

Exercice 1 : (cinématique) (4 pts)

Dans un repère cartésien (a_1, a_2, a_3) , on étudie le mouvement défini pour $t > 0$ par :

$$x_1 = a_1(1 + \alpha t) \quad x_2 = a_2 + a_1 \alpha t (1 + \alpha t) \quad x_3 = a_3 \quad \alpha > 0$$

- 1- Déterminer le déplacement des particules, en descriptions lagrangienne et eulérienne. (1pt)
- 2- Déterminer la vitesse des particules, en descriptions lagrangienne et eulérienne. (1pt)
- 3- Donner les tenseurs des déformations de Green-Lagrange E_{ij} et d'Euler-Almansi e_{ij} . (2pts)

Exercice 2 : (cinématique) (5 pts)

Dans le plan $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ est considéré le champ de déformation non-uniforme suivant

$$[\varepsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} 0.04 x_1 & 0.02 \\ 0.02 & -0.04 x_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{x}_2)}$$

-1- Dans le cadre des hypothèses des petites perturbations, donner à partir de ε_{11} et ε_{22} la forme générale des déplacements u_1 et u_2 .

Montrer que ce champ de déplacement fait intervenir deux fonctions $A(x_2)$ et $B(x_1)$. (1pt)

-2- Identifier les fonctions $A(x_2)$ et $B(x_1)$ en s'appuyant sur les données suivantes (3pts):

- $\varepsilon_{12} = 0.02$,
- Il n'y a pas de rotation, soit $\omega_{12} = 0$ avec ω_{12} la composante du tenseur des rotations infinitésimales,
- $u_1 = u_2 = 0$ lorsque $x_1 = x_2 = 0$.

Rappel : $\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$

-3- Calculer les déplacements des sommets du carré O (0 , 0), A (0 , 5), B (5 , 5) et C (5 , 0) (cf. figure 1). (1pt)

