
Maîtrise Statistique des Processus
2ème année
ERE

F. KRATZ



1

PLAN DU COURS

Objectif du cours

Problématique

Introduction

Introduction aux tests d'hypothèse

Maîtrise Statistique des Procédés (MSP- SPC)

Définitions

Caractéristiques essentielles pour la réalisation de la MSP

Outils opérationnels de la MSP (outils qualité)

Critère de Capabilité

Cartes de contrôle (CC)

Diagnostic et pilotage des processus par les CC

Procédure de mise en œuvre de la MSP

2

Objectif du cours

Être capable de maîtriser et d'assurer la qualité des produits et des processus de fabrication en terme de PPM voire même de PPB de défauts.

Ceci en se basant sur l'approche MSP et ses outils opérationnels



ppm : parties par million

ppb : parties par milliard (sigle provenant de l'américain part per billion)

3

Problématique

Les questions auxquelles sont confrontés les fabricants de produits en série :

Un procédé de fabrication produit environ 20 produits non-conformes sur un lot de 20 000.

- Est-ce qu'on accepte le lot sans contrôle ?
- Est-ce qu'on contrôle tout le lot ?
- Est-ce qu'on contrôle une partie du lot (échantillon) ?
- Quelle taille d'échantillon doit-on choisir ?
- A partir de combien d'articles défectueux dans l'échantillon refuse-t-on le lot ?
- Avec quels risques ?

Un procédé de fabrication réalise des produits conformes à un instant t , comment puis-je m'assurer qu'il produira des produits de qualité dans une semaine, dans deux semaines ou dans une heure sans contrôler toutes les pièces ?

4

Problématique

Les questions auxquelles sont confrontés les fabricants de produits en série :

et auxquelles les techniques statistiques permettent de répondre.

5

Introduction

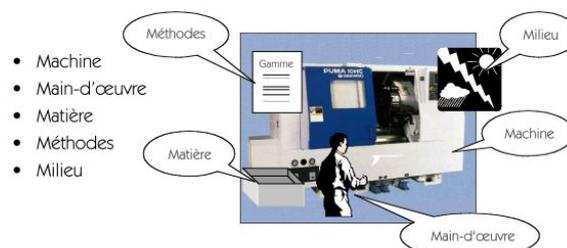
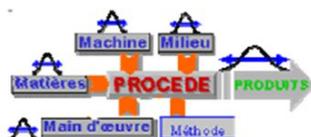
1. Tout procédé, toute mesure est sujet à variations.

Lorsqu'on mesure des pièces en sortie d'un poste de fabrication/production avec un instrument de mesure précis, on note des variations (dispersions) dans les dimensions que l'on a mesurées. La dispersion est mesurée par l'écart type σ .

Ces variations viennent de différentes origines et sont classées en 2 types :

Aléatoires "Normales"

Systematiques

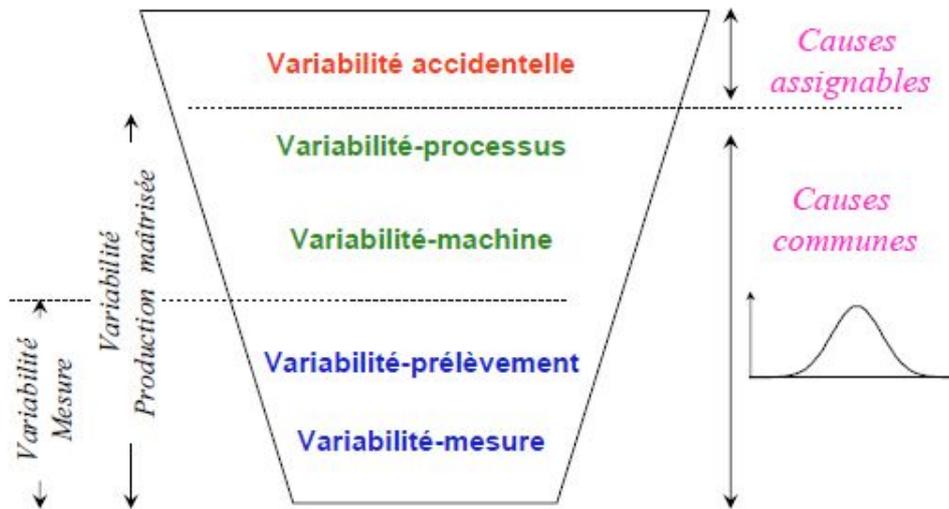


6

Introduction

1. Tout procédé, toute mesure est sujet à variations.

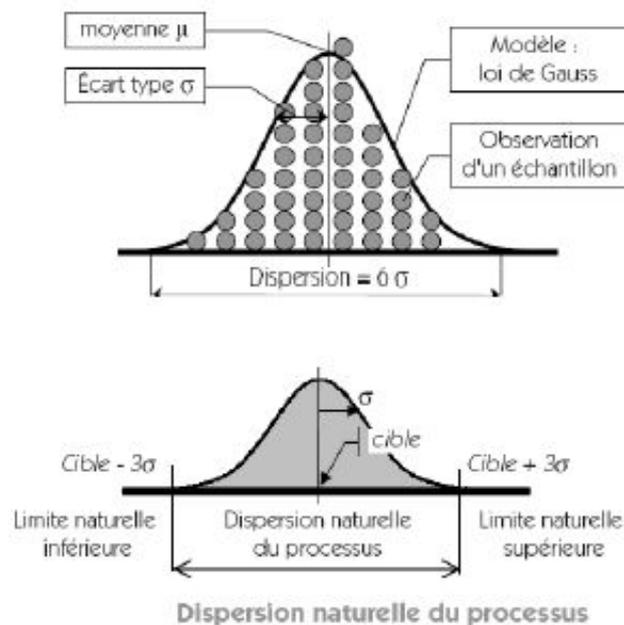
Les niveaux et les origines de la variabilité en production



7

Introduction

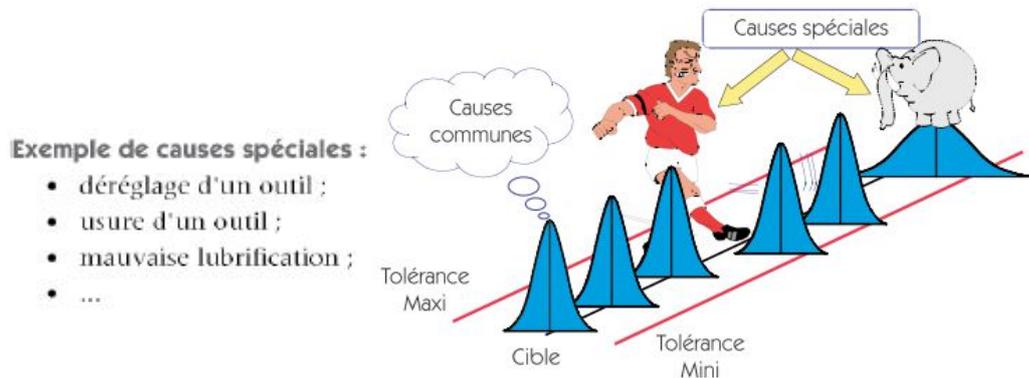
1. Tout procédé, toute mesure est sujet à variations.



8

Introduction

1. Tout procédé, toute mesure est sujet à variations.



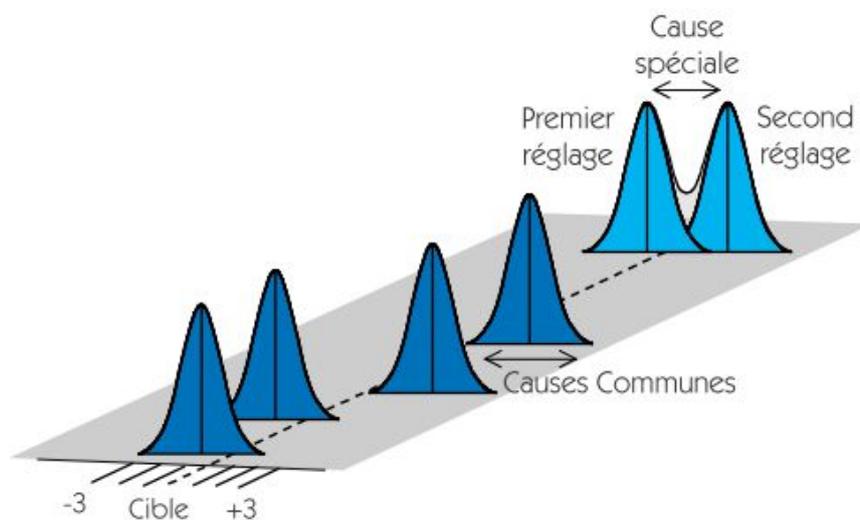
En fait, lorsqu'on analyse les causes spéciales qui interviennent sur le processus, on s'aperçoit qu'on peut classer les causes spéciales en 2 catégories (figure) :

- celles qui agissent sur la position de la valeur surveillée (dérèglement d'un outil par exemple) ;
- celles qui agissent sur la dispersion et donc sur la capacité du processus (défaut de lubrification par exemple).

9

Introduction

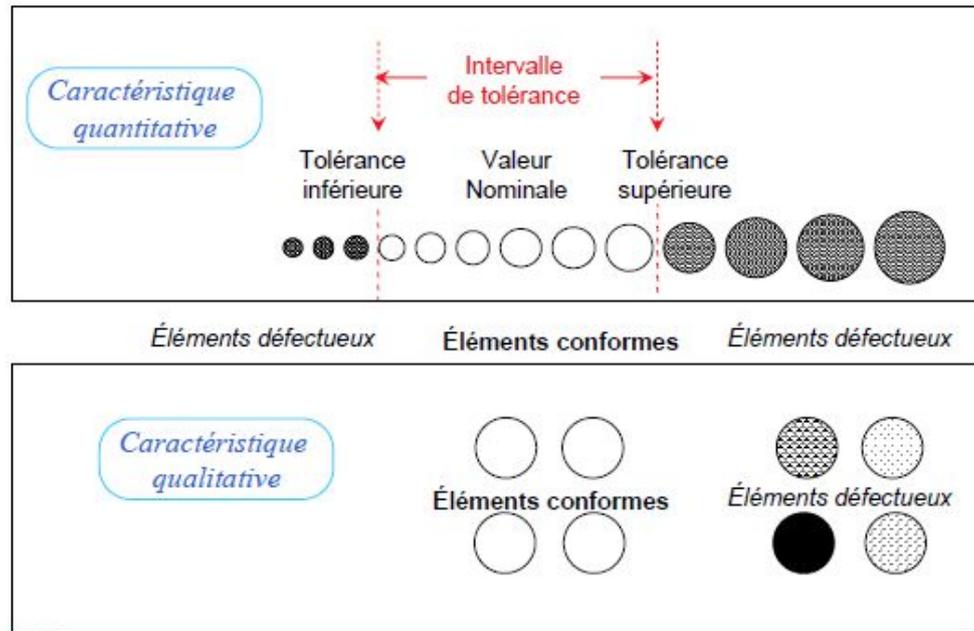
1. Tout procédé, toute mesure est sujet à variations.



Courbe bimodale

10

LES SPÉCIFICATIONS D'UN PRODUIT



11

1. Tout procédé, toute mesure est sujet à variations.

☒ **Aléatoires "normales" inhérentes au procédé** : sont les **nombreuses petites** sources de variation, toujours présentes, dont l'importance globale pourra être réduite, mais il est impossible d'en débarrasser entièrement le procédé.

La variation globale due aux causes aléatoires est **prévisible, ce qui rend le procédé stable et contrôlable**.

Parmi les éléments qui varient constamment sans pour autant avoir un effet majeur sur le produit fini, il y a les Matières Premières, la machine, la main d'œuvre, l'environnement, la méthode de travail et le système de mesure.

Il est impossible d'éliminer complètement ces variations qui fluctuent aléatoirement. Elles sont normales dans une certaine mesure et permettent malgré tout de fabriquer un produit à l'intérieur des tolérances dans la majorité des cas.

Dans ce cas, on ne peut pas prévoir dans quel sens elles vont faire varier la cote.

C'est à cette loi (loi normale) qu'on se réfère le + souvent en Qualité.

12

Introduction

1. Tout procédé, toute mesure est sujet à variations.

☒ **Systématiques** : due à une cause assignable (identifiable) à une cause précise qui fait en sorte que la variation enregistrée **dépasse la variation inhérente** acceptable.

On peut penser ici à des matières premières défectueuses, de mauvais réglages, un bris ou usure dans l'équipement, etc..

Leurs effets peuvent être isolés dans le temps et assez marqués. La variabilité due à ces causes est généralement **imprévisible, ce qui rend le procédé instable et incontrôlable**. Dans ce cas on peut prévoir l'évolution.

Il faut identifier et éliminer cette source de variation pour maintenir le contrôle sur le procédé et la qualité du produit fini.

13

Introduction

1. Tout procédé, toute mesure est sujet à variations (2 types).

Les variations ⇒ Non conformités / dysfonctionnements / anomalies /défaillances

La MSP a pour but de :

les identifier, d'aider à les éliminer si possible et de surveiller le procédé de fabrication pour que la variation entre les produits soit seulement la variation inhérente au procédé.

L'objectif de la MSP est donc de se débarrasser des causes assignables et de réduire les causes aléatoires.

14

Introduction

2. Aucune entreprise ne souhaite fournir un produit défectueux à ses clients.

D'où l'importance:

- Des fonctions de gestion de la Qualité :



- De la fonction de la MSP

IL NE FAUT PRODUIRE QUE DES PRODUITS CONFORMES
→ Contrôle
→ Prévention

Introduction aux tests d'hypothèse

Introduction aux tests d'hypothèse

Différents tests

Il existe un grand nombre de tests d'hypothèse que l'on peut classer dans différentes catégories :

- Les tests dits paramétriques (étude de la moyenne, variance, ou de la fréquence des observations)
 - Les tests paramétriques fonctionnent en supposant que les données que l'on a à disposition suivent un type de loi de distribution connu (en général la loi normale).
- Les tests dits non paramétriques (étude des rangs des observations issues d'une distribution non paramétrée mais quelconque)
 - Les tests non paramétriques ne font aucune hypothèse sur le type de loi de distribution des données. Ils se basent uniquement sur les propriétés numériques des échantillons.

17

Introduction aux tests d'hypothèse

			Tests paramétriques	Tests non paramétriques
Tests de comparaison	K = 1 écht (conformité / ajustement)		- Loi Normale centrée réduite (LNCR)	- Kolmogorov-Smirnov - Chi-2
	K = 2 échts (égalité / homogénéité)	<i>Indépendants</i>	- t-Student - Fisher	- Mann-Whitney - Chi-2
		<i>Appariés</i>	- t-Student	- Wilcoxon
	K > 2 échts (égalité / homogénéité)	<i>Indépendants</i>	- ANOVA	- Kruskal-Wallis - Chi-2
<i>Appariés</i>		- ANOVA	- Friedman	
Tests d'association			- Corrélation de Pearson	- Corrélation de Spearman - Chi-2

18

Introduction aux tests d'hypothèse

Attention à certaines conditions

Certains tests d'hypothèse, comme la plupart des tests paramétriques, sont très gourmands en conditions et celles-ci doivent être vérifiées avant de les utiliser :

- Les observations au sein d'un échantillon doivent être indépendantes (i.e., tirage aléatoire avec remise ou tirage aléatoire sans remise dans une population de grande taille).
- La variable mesurée au sein d'un échantillon doit avoir une distribution Normale car chaque valeur est issue d'une population qui suit une loi Normale de moyenne μ et d'écart type σ .
- Pour les tests d'égalité/homogénéité (test t de Student par exemple), l'égalité des variances, ou homoscedasticité, entre échantillons doit être respectée.

19

Introduction aux tests d'hypothèse

Qu'est-ce qu'un test d'hypothèse ?

C'est un procédé d'inférence permettant de se décider entre deux hypothèses notées H_0 et H_1 concernant une ou plusieurs populations, à partir d'un ou plusieurs échantillons :

- H_0 est l'hypothèse nulle du type "pas d'effet" que l'on admet a priori et à laquelle on ne renoncera que si les observations semblent la contredire.
- H_1 est l'autre hypothèse ou contre hypothèse (alternative) que l'on souhaite démontrer en rejetant H_0 .

Bien que déroutants, tous les tests d'hypothèse s'apparentent à un raisonnement par l'absurde du type :

- Démontrer H_1 en supposant H_0 vraie et en prouvant l'absurdité de H_0 .

NB : Il est plus facile de rejeter une hypothèse à partir d'un seul élément de contradiction que de la valider en prouvant la réalisation de toutes ses possibilités.

20

Introduction aux tests d'hypothèse : Principe général

Les étapes à respecter

En très bref, un test d'hypothèse se résume à :

1. Choisir un critère fonction des observations pour lequel on pose l'hypothèse nulle (H_0) supposée vraie et à rejeter pour démontrer la contre hypothèse (H_1 : unilatéral ou bilatéral).
2. Calculer, dans la gamme des résultats possible du critère sous H_0 , la zone de rejet de H_0 correspondant aux résultats qui sont tellement éloignés du résultat moyen attendu qu'ils n'ont presque aucune chance de se produire si H_0 est vraie.
3. Comparer la distribution du critère sous H_0 avec le résultat du critère empirique réellement obtenus à partir du ou des échantillons.
4. Conclure que H_0 est peu crédible (et donc la rejeter) si le critère empirique appartient à la zone de rejet ou que H_0 reste crédible (et donc ne pas la rejeter) sinon.

21

Introduction aux tests d'hypothèse : Principe général

1. Bien choisir H_0

Quelques remarques importantes :

- H_0 est formulée dans le but d'être rejetée.
- La décision de rejeter H_0 signifie " H_0 est fausse et H_1 est vraie" mais attention cela n'est pas sans risque !
- La décision de ne pas rejeter H_0 n'est pas équivalente à " H_0 est vraie et H_1 est fausse", cela traduit seulement que l'on n'a pas assez d'éléments pour rejeter H_0 et donc démontrer H_1 ce qui revient à dire que H_0 est compatible avec les observations, mais il est possible que H_1 le soit aussi et l'on ne peut trancher entre H_0 et H_1 .
- La probabilité \mathbb{P} que fournit un test d'hypothèse est la **probabilité d'observer un certain type de résultat** si H_0 est vraie et non pas la probabilité que H_0 soit vraie, c'est une différence subtile mais capitale.

À retenir : Un test d'hypothèse conduit à rejeter ou à ne pas rejeter H_0 jamais à l'accepter d'emblée.

22

Introduction aux tests d'hypothèse : Principe général

2. Catégories des tests d'hypothèses

- Θ = ensemble des valeurs du paramètre θ
- Θ partitionné en Θ_0, Θ_1
- hypothèses = assertions $H_0 = " \theta \in \Theta_0 "$ et $H_1 = " \theta \in \Theta_1 "$
- H_0 = hypothèse nulle, H_1 = contre-hypothèse
- hypothèse H_i est simple si Θ_i est un singleton ; sinon elle est multiple
- test unilatéral = valeurs dans Θ_1 toutes soit plus grandes, soit plus petites, que celles dans Θ_0 ; sinon test bilatéral

23

Introduction aux tests d'hypothèse : Principe général

3. Décision ?

Moyenne de la population (σ connu)

	Test unilatéral inférieur	Test unilatéral supérieur	Test bilatéral
Hypothèses	$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$
Statistique de test	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$
Règle de rejet : approche par la valeur p	Rejet de H_0 si la valeur $p \leq \alpha$	Rejet de H_0 si la valeur $p \leq \alpha$	Rejet de H_0 si la valeur $p \leq \alpha$
Règle de rejet : approche par la valeur critique	Rejet de H_0 si $Z \leq -Z_\alpha$	Rejet de H_0 si $Z \geq Z_\alpha$	Rejet de H_0 si $Z \leq -Z_{\alpha/2}$ ou $Z \geq Z_{\alpha/2}$

24

Introduction aux tests d'hypothèse : Principe général

3. Décision ?

Moyenne de la population (σ inconnu)

	Test unilatéral inférieur	Test unilatéral supérieur	Test bilatéral
Hypothèses	$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu < \mu_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu > \mu_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : \mu = \mu_0 \\ H_1 : \mu \neq \mu_0 \end{cases}$
Statistique de test	$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$	$t = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}}$
Règle de rejet : approche par la valeur p	Rejet de H_0 si la valeur $p \leq \alpha$	Rejet de H_0 si la valeur $p \leq \alpha$	Rejet de H_0 si la valeur $p \leq \alpha$
Règle de rejet : approche par la valeur critique	Rejet de H_0 si $t \leq -t_\alpha$	Rejet de H_0 si $t \geq t_\alpha$	Rejet de H_0 si $t \leq -t_{\alpha/2}$ ou $t \geq t_{\alpha/2}$

25

Introduction aux tests d'hypothèse : Principe général

3. Décision ?

Proportion de la population

	Test unilatéral inférieur	Test unilatéral supérieur	Test bilatéral
Hypothèses	$\begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p < p_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p > p_0 \end{cases}$	$\begin{cases} H_0 : p = p_0 \\ H_1 : p \neq p_0 \end{cases}$
Statistique de test	$Z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$Z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$	$Z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$
Règle de rejet : approche par la valeur p	Rejet de H_0 si la valeur $p \leq \alpha$	Rejet de H_0 si la valeur $p \leq \alpha$	Rejet de H_0 si la valeur $p \leq \alpha$
Règle de rejet : approche par la valeur critique	Rejet de H_0 si $Z \leq -Z_\alpha$	Rejet de H_0 si $Z \geq Z_\alpha$	Rejet de H_0 si $Z \leq -Z_{\alpha/2}$ ou $Z \geq Z_{\alpha/2}$

26

Introduction aux tests d'hypothèse : Principe général

4. Erreurs dans les décisions

Lorsque l'on rejette H_0 nous sommes soumis au risque d'erreur α dit de première espèce (erreur de type I) mais il existe également un risque de deuxième espèce noté β (erreur de type II) lorsque l'on ne rejette pas H_0 :

Décision prise \ Réalité	H_0 est vraie	H_1 est vraie
	H_0 est rejetée	mauvaise décision : erreur de type I
H_0 n'est pas rejetée	bonne décision	mauvaise décision : erreur de type II

α = risque de première espèce
= probabilité de réaliser une erreur de type I
= probabilité de rejeter H_0 sachant que H_0 est vraie
= $\mathbb{P}(\text{rejeter } H_0 | H_0 \text{ est vraie})$,

β = risque de deuxième espèce
= probabilité de réaliser une erreur de type II
= probabilité de rejeter H_1 sachant que H_1 est vraie
= $\mathbb{P}(\text{rejeter } H_1 | H_1 \text{ est vraie})$,

27

Introduction aux tests d'hypothèse : Principe général

5. Puissance du test

$$\alpha = \mathbb{P}(\text{rejeter } H_0 | H_0 \text{ est vraie})$$

$$\beta = \mathbb{P}(\text{rejeter } H_1 | H_1 \text{ est vraie})$$

α et β varient en sens inverse l'un de l'autre

\Rightarrow test = compromis entre les deux risques

H_0 = hypothèse privilégiée, vérifiée jusqu'à présent et que l'on n'aimerait pas abandonner à tort

\Rightarrow on fixe un seuil α_0 :

- $\alpha \leq \alpha_0$
- test minimisant β sous cette contrainte
- $\min \beta = \max 1 - \beta$

$$1 - \beta = \text{puissance du test}$$

28

Introduction aux tests d'hypothèse : Principe général

Ne pas négliger la puissance du test

Reprenons le cas où votre verdict est “ H_0 n'est pas rejetée” et donc il existe un risque β de deuxième espèce tel que :

- Si le risque β est élevé et donc la puissance $(1 - \beta)$ faible (e.g., 20%) :
 - Cela signifie que vous n'avez pas détecté l'effet du traitement X sur la variable Y, en partie parce que vous ne vous en étiez pas donné les moyens (e.g., 1 chance sur 5 de voir un effet s'il existe)
- Si le risque β est faible et donc la puissance $(1 - \beta)$ élevée (e.g., 80%) :
 - Cela signifie que vous n'avez pas détecté l'effet du traitement X sur la variable Y, mais, s'il existe un effet, vous aviez les moyens de le détecter (e.g., 4 chances sur 5 de voir un effet s'il existe)
 - Il y a donc de grandes chances que l'effet réel soit négligeable

Le paramètre de puissance est important si on ne veut pas passer sa vie à faire des tests sans jamais pouvoir rejeter H_0 .

29

Introduction aux tests d'hypothèse : Principe général

Peut-on calculer la puissance d'un test ?

Malheureusement, on peut rarement calculer la puissance d'un test, car :

- On ne contrôle pas le risque β contrairement au risque α qui lui est fixé par l'observateur
- Le risque β dépend à la fois du risque α et de la distribution du critère si H_1 est vraie, ce qui n'est pas toujours connue car H_1 n'est jamais complètement spécifiée contrairement à H_0 .

Il sera possible de calculer le risque β et la puissance $1 - \beta$ d'un test d'hypothèse si et seulement si H_1 est connue a priori.

30

La Maîtrise Statistique des Procédés (MSP)

(Statistical Process Control: SPC)

31

MSP

Définitions

Le terme « maîtrise statistique » exprime le fait qu'il soit possible, en relevant des données **au cours d'une production et en les traitant à l'aide de techniques statistiques, de disposer d'un système d'information permettant la mise en œuvre d'une action de surveillance et d'amélioration du processus et par conséquent du produit.**

Il convient de **ne pas confondre Processus et Procédé.**

Un procédé peut se définir par un ensemble de méthodes, de techniques d'outils et de modes opératoires.

Pour la simplicité de ce qui suit, nous considérerons qu'un processus peut comporter plusieurs procédés, pas l'inverse.

32

Définitions

L'hypothèse statistique liée à la MSP est d'avoir un processus qui ne présente qu'une variabilité aléatoire.

Si le phénomène est perturbé par une cause assignable, il **ne suit plus une loi normale**. Cette cause peut en principe être corrigée puisque toutes les actions relatives au processus peuvent y être repérées, planifiées et intégrées pour ne plus entraîner de perturbations.

Le processus est dit maîtrisé lorsqu'il n'est soumis qu'à des causes aléatoires.

La Maitrise Statistique des Processus est l'ensemble des méthodes et des actions permettant d'évaluer de façon **statistique les performances d'un procédé de production**, et de décider de le régler, si nécessaire, pour maintenir les **caractéristiques des produits stables et conformes aux spécifications retenues**.

Des techniques statistiques sont aussi appliquées pour la vérification de **l'aptitude des procédés** et des **caractéristiques du produit à fabriquer**.

La MSP est une méthode **préventive qui vise à amener le procédé au niveau de qualité requis** et à le maintenir grâce à un système de surveillance/cartes de contrôle.

MSP

Il s'agit d'une méthodologie d'évaluation, de pilotage et d'amélioration des procédés ayant pour but de maintenir le moyen de réalisation (procédé) dans son domaine de fonctionnement optimum (économiquement et techniquement).

Utilisation de techniques statistiques simples (addition, soustraction et division) avec des méthodes graphiques à interprétation simple et rapide

35

MSP

Cette méthodologie part de trois principaux constats plus ou moins liés :

- * C'est le processus qui fait qu'un produit soit conforme ou non conforme.
- * Les processus sont "**schizophrènes**" : leur comportement fluctue dans le temps.
- * Les processus sont "**entropiques**" : leur tendance naturelle est toujours de se désorganiser et de se dégrader dans le temps.

Son contenu peut se résumer en quatre éléments :

- Une idée,
- Une démarche,
- Un outil,
- Et un concept.

36

L'idée

Puisque c'est le processus qui fait qu'un produit comporte des défauts ou non ; c'est donc le processus qu'il faut contrôler (**maîtriser les paramètres influents**) au lieu de contrôler le produit.

De plus, le processus est instable et entropique, il faut le suivre en permanence.

La démarche

L'objectif de la démarche est de contrôler le processus et ceci de façon efficace.

Il s'agit d'une suite d'étapes successives, allant de la **sensibilisation du personnel** à la mise en place des **cartes de contrôles**.

L'outil : La carte de contrôle

Le concept

L'amélioration est un processus continu et sans fin. Elle est toujours possible, et on a toujours intérêt à progresser. Genichi TAGUCHI montre que même lorsqu'une caractéristique est à l'intérieur des tolérances, il y a moins de "pertes pour la société" quand la caractéristique est plus proche du nominal (surqualité).

MSP

Les buts de la MSP :

① S'assurer de la stabilité de la production (Meilleur contrôle du procédé)

- ↳ Amélioration de l'efficacité du procédé
- ↳ Détermination plus précise de la capacité du procédé

② Limiter la proportion de produits non-conformes aux spécifications.

- ↳ Amélioration de la qualité du produit

39

MSP

Elle repose sur 2 concepts de base qui sont :

① Le suivi et le pilotage par “**cartes de contrôle**” (Shewhart, 1925)

- ↳ Observer les variations du procédé dans le temps.
- ↳ Juger statistiquement si un dérèglement s'est produit.
- ↳ Déterminer si les fluctuations sont raisonnables.

② La mesure et le suivi des **capabilités / performance / aptitude** (1970, domaine automobile)

40

Les caractéristiques essentielles pour la réalisation de la MSP

Seules, les caractéristiques considérées comme **essentiels** pour **l'entreprise** ou pour **le client** sont concernées par la MSP.

Il s'agit donc de rechercher les caractéristiques devant faire l'objet de la MSP.

Elles sont de deux natures :

- les caractéristiques du produit
 - les caractéristiques du processus.
- Les caractéristiques dont l'élaboration se situe le plus en amont possible du processus de fabrication.

Si elles ne sont pas respectées, causent :

↪ **Une insatisfaction du client**

↪ **Des surcoûts ou des manques à gagner pour l'organisation**

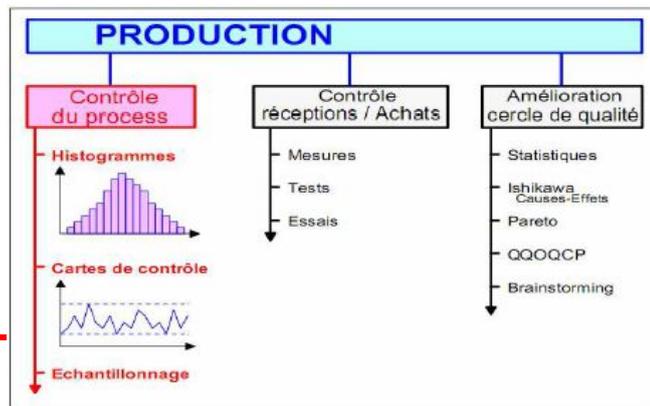
LES OUTILS OPÉRATIONNELS DE LA MSP



Les outils opérationnels de la MSP

Les outils disponibles sont nombreux et doivent être choisis en fonction des résultats attendus.

- La séance brainstorming (ou remue-méninges),
- Le diagramme des causes - effets ou diagramme Ishikawa,
- Le diagramme de Pareto,
- L'Histogramme
- Le contrôle statistique,
- Le critère de capabilité,
- La carte de contrôle,



Les outils opérationnels de la MSP

LE BRAINSTORMING = REMUE-MÉNINGES

- Il consiste à rassembler un groupe de personnes choisies à qui l'on demande d'exprimer librement leurs **idées, pensées et intuitions** sur un ou plusieurs thèmes ou problèmes.
- Le but est de générer un **maximum d'idées, de suggestions** et de **propositions** sur un sujet.
- Un animateur gère la discussion et prend note des idées émises, qui seront par la suite **analysées, classées** et éventuellement **approfondies**.

Les outils opérationnels de la MSP

Le diagramme des causes - effets ou diagramme Ishikawa



LES 5 M : A définir dans le cadre de chaque causes-effet.

MATIÈRE = tout ce qui est consommable

MATÉRIEL = tout ce qui est amortissable

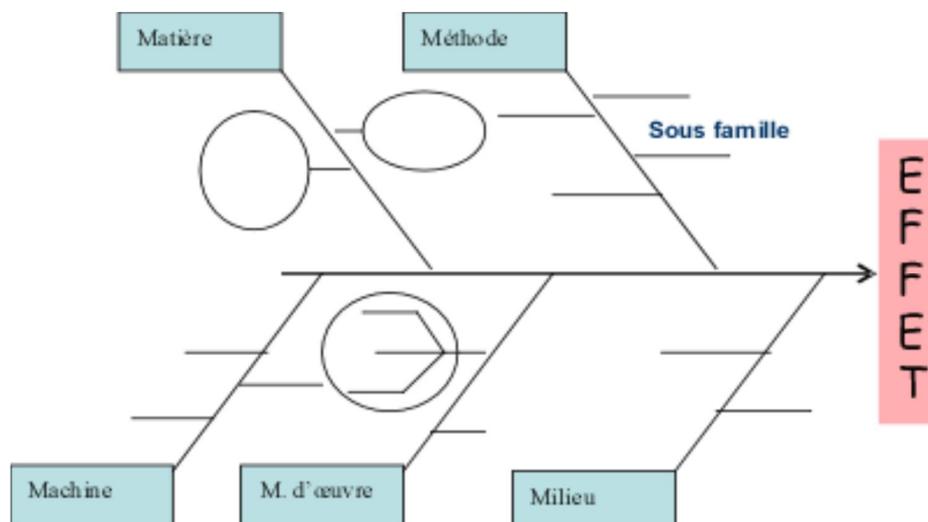
MÉTHODE = tout ce qui est procédure, gamme, mode opératoire, règlement ...

MILIEU = tout l'environnement, physique, naturel, ...

MAIN D'ŒUVRE = toutes les personnes concernées

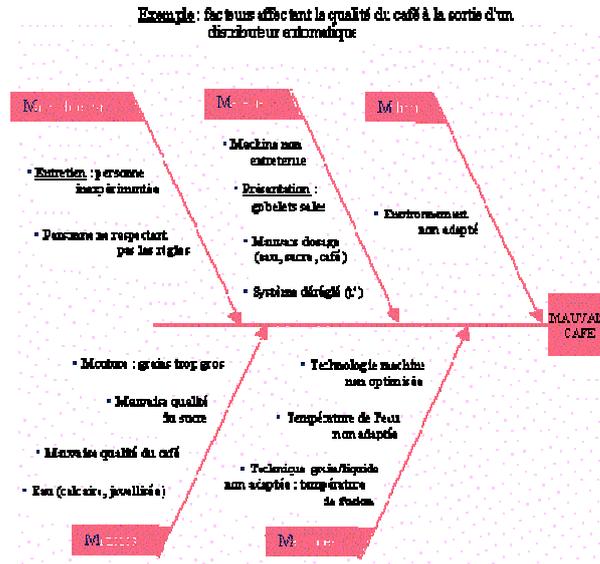
Les outils opérationnels de la MSP

Le diagramme des causes - effets ou diagramme Ishikawa



Les outils opérationnels de la MSP

Le diagramme des causes - effets ou diagramme Ishikawa



47

Les outils opérationnels de la MSP

Diagramme de Pareto, la méthode des 20/80 ou l'analyse ABC

Un constat : en entreprise comme dans la vie privée, on a tout un tas de problèmes

➤ Comment reconnaître ceux dont il faut s'occuper ?

➤ Comment prioriser ?

Les problèmes critiques sont liés à :

➤ la fréquence

➤ la gravité

Criticité = gravité x fréquence

48

Les outils opérationnels de la MSP

Diagramme de Pareto, la méthode des 20/80 ou l'analyse ABC

↳ Comment estimer la fréquence ?

Relevés des problèmes, mesures, extrapolation à partir d'un échantillon, ...

↳ Comment estimer la gravité ?

Temps perdu, clients perdu, produits gaspillés ⇒ chiffrage en €, SST, ...

La criticité obéit à la loi de Pareto.

20% des causes sont responsables de 80% des effets.

49

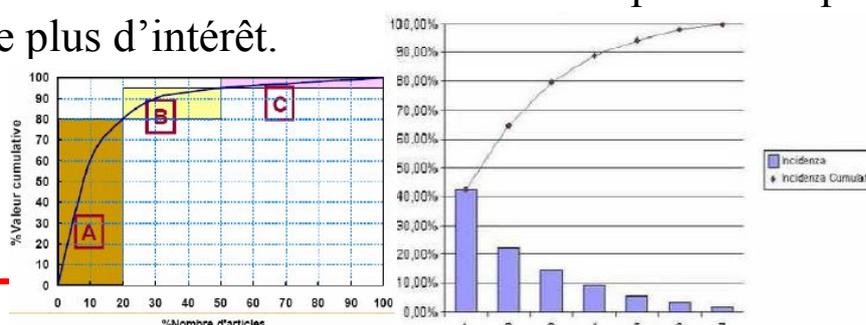
Les outils opérationnels de la MSP

Diagramme de Pareto, la méthode des 20/80 ou l'analyse ABC

La méthode de Pareto permet dans un problème de :

① Classer par ordre l'importance des éléments (*produits, pièces, gammes, phases...*) en fonction d'un critère retenu (*coût, heure, poids, volume*).

② Mettre en évidence les éléments les plus marquants qui requièrent le plus d'intérêt.



50

Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

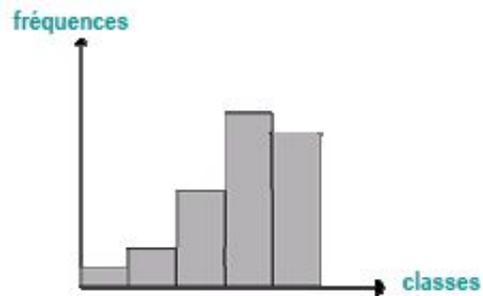
C'est un outil simple et relativement efficace pour donner une image du comportement et de la distribution des données (sous forme d'un ensemble de rectangles).

Il indique :

- Le centre de données
- La dispersion des données
- La précision du procédé.

Applications :

- Vérifier le réglage d'une machine
- Évaluer l'état d'une machine
- Comparer différents opérateurs affectés à une même machine
- Comparer différents fournisseurs.



Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

Méthodologie :

- * Choisir un processus, tout ce qui se produit sur une longue période de temps, à mesurer ;
- * Définir le critère à étudier
- * Effectuer un relevé des données (d'au moins 100 valeurs)
- * Classer les données selon un graphique qui comprend en abscisse des **classes** et en ordonnée des **fréquences**.

Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

Méthodologie :

a. Déterminer l'étendue des données (de la série) :

$$E = \text{Valeur Max-valeur min}$$

b. Calculer le **nombre de classes** (doit être entre 6 et 12)

$$k = \sqrt{N} = 1 + 3.322 * \log_{10}(n) \quad (\text{où } n \text{ est le nombre de données})$$

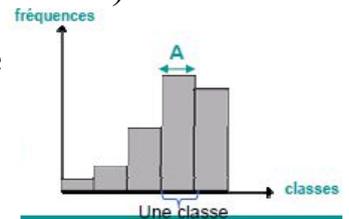
c. Calculer l'intervalle/largeur de classe : **Amplitude**

$$A = E/K$$

NB: Les classes devraient avoir la même amplitude

d. Déterminer les valeurs limites (étendue) des classes

$$Ec = V \text{ min} + A$$



Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

Exemple d'application d'histogramme :

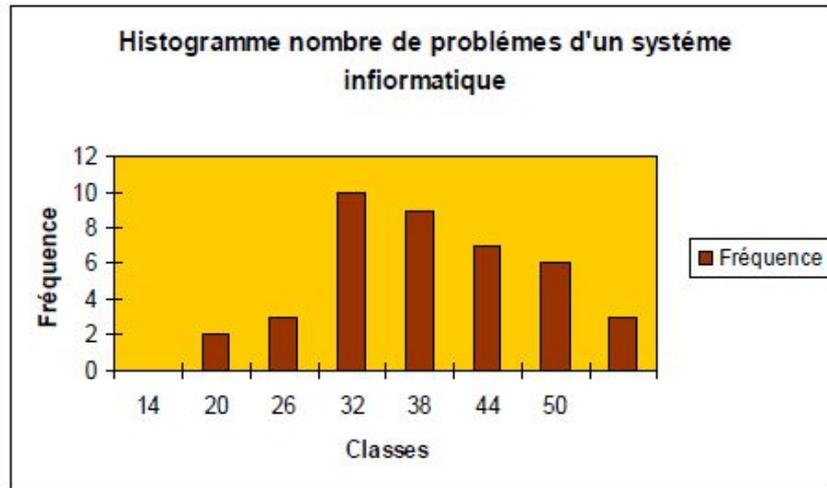
Le tableau ci-joint montre un relevé du nombre de problèmes d'un système informatique pendant 40 semaines au sein d'une société :

15	18	23	26	36	36	36	24
26	26	26	36	39	39	39	27
34	34	35	39	49	51	51	36
38	39	39	49	26	26	26	44
45	45	45	25	28	31	34	52

Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

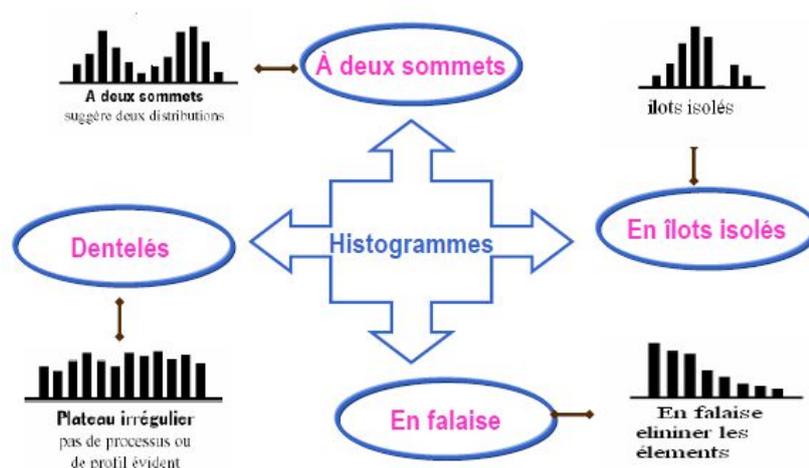
Exemple d'application d'histogramme :



Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

Différents types d'histogrammes :



Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

Comment exploiter un histogramme :

Quelle est l'allure ou la nature de la dispersion ?

- importance de la dispersion
- notion de distribution symétrique ou asymétrique
- recherche de zones ou classes isolées.

On doit ramener la dispersion aux limites de spécification :

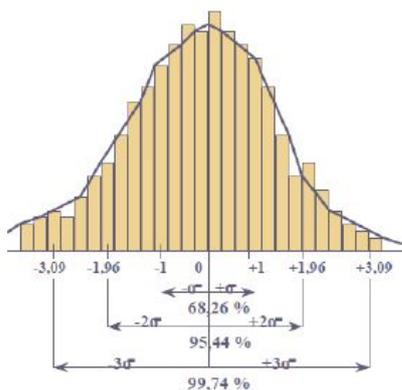
- réduction de la dispersion
- réexamen des spécifications.

57

Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

Exemple: La Loi Normale ou de Laplace-Gauss



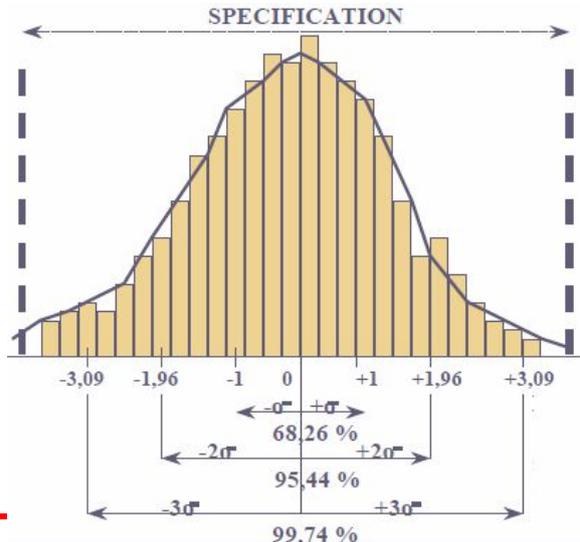
- cet histogramme illustre en fait une distribution «normale».
- la courbe, illustrant une distribution normale, correspond à la distribution typique d'une caractéristique sous l'influence du hasard.
- c'est à cette loi dite «normale» qu'on se référera le plus souvent en Qualitique.
- les statisticiens ont en effet établi que cette courbe représente la meilleure approximation de la distribution de la plupart des quantités naturelles, si elles ne subissent pas une importante distorsion (interférence) provoquée par une influence externe.

58

Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

Exemple: La Loi Normale ou de Laplace-Gauss

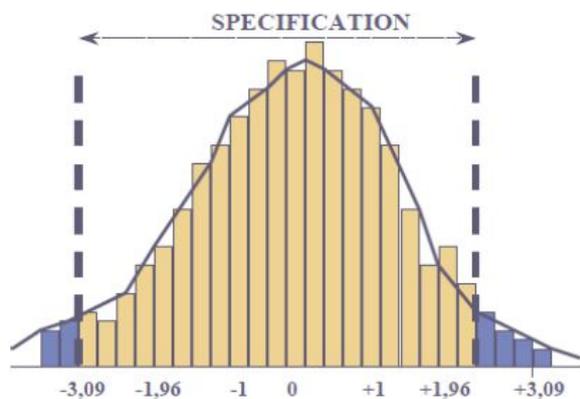


Distribution centrée à l'intérieur des limites de spécification :
⇒ **Processus sous contrôle**

Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

Exemple: La Loi Normale ou de Laplace-Gauss

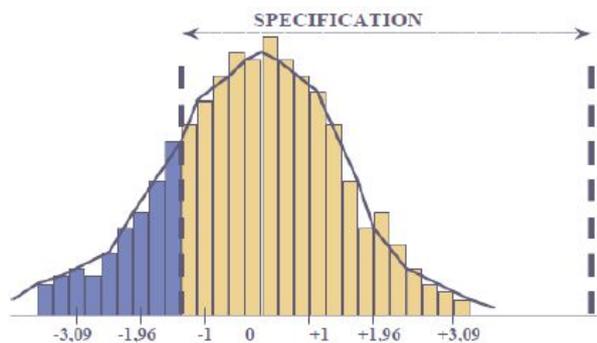


Distribution centrée excédant les limites de spécifications :
⇒ **Processus Hors contrôle**
⇒ **Étudier les causes de la dispersion**

Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

Exemple: La Loi Normale ou de Laplace-Gauss



Distribution non centrée par rapport à la spécification et hors spécifications

- ⇒ **Processus hors contrôle**
- ⇒ **Il faut étudier les causes de la distribution**
- ⇒ **Un réglage doit permettre le recentrage de la distribution% aux limites de spécification**

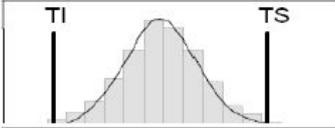
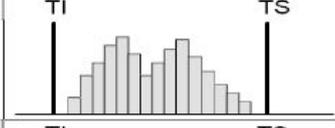
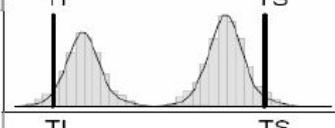
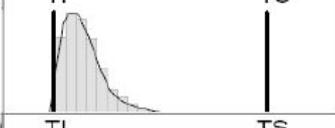
Les outils opérationnels de la MSP

Moyen de surveillance de la Qualité

	Dispersion	Distribution	Conclusion
	Elle est inférieure à la tolérance.	Elle est bien centrée.	On peut se contenter d'un contrôle réduit
	Elle est inférieure à la tolérance.	Elle est décentrée.	La production de pièces défectueuses est probable.
	Elle est inférieure à la tolérance.	Elle est très décentrée.	La production de pièces défectueuses est très élevée. Une intervention est nécessaire.
	Elle est égale à la tolérance.	Elle est centrée.	Un léger dérèglement entraînera des pièces défectueuses. Aucune marge de manoeuvre. Une intervention est nécessaire.
	Elle est approximativement égale à la tolérance.	Elle est décentrée.	Réduire la dispersion. Modifier la fabrication. Contrôle plus serré ou tolérances plus larges.

Les outils opérationnels de la MSP

Moyen de surveillance de la Qualité

	Dispersion	Distribution	Conclusion
	Elle est très importante.	Elle est centrée.	Réduire la dispersion ou obtenir des tolérances plus larges.
	Il y a 2 distributions. La dispersion de chaque distribution est inférieure à la tolérance.	Distribution bimodale	Il y a deux modes de fabrication. changement matière. changement outil....
	Il y a 2 distributions	Distribution bimodale	Il y a deux modes de fabrication. changement matière. changement outil....
		Elle est décalée vers la limite TI	Contrôle d'un lot avant expédition. expédition.
		Elle est décalée vers la limite TI	Contrôle d'un lot avant expédition. expédition. Le contrôle a laissé passer des pièces défectueuses Appareil de mesure non approprié.

63

Les outils opérationnels de la MSP

Histogramme

Remarques : Les histogrammes peuvent apporter d'utiles renseignements pour :

- L'établissement de "plans de contrôle" d'une fabrication.
- La réception de machines neuves, révisées ou modifiées.
- Le choix de la machine la mieux adaptée à un travail donné.

Ces renseignements montreront la nécessité d'avoir :

- Des outils dont la géométrie et les performances sont maîtrisés.
- Des pièces à usiner homogènes (géométrie, structure).
- Des machines à faible dispersion de fabrication.
- Des moyens de réglage performants.
- Des moyens de contrôle performants.
- Etc....

64

Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Contrôle de la fabrication - Loi de GAUSS

La méthode qui permet de connaître le nombre de pièces bonnes ou mauvaises consiste à vérifier le lot de pièces **fabriquées**.

Les résultats obtenues sont reportés dans un **tableau** et un **histogramme** est tracé. Cette histogramme fait apparaître la courbe de GAUSS.

65

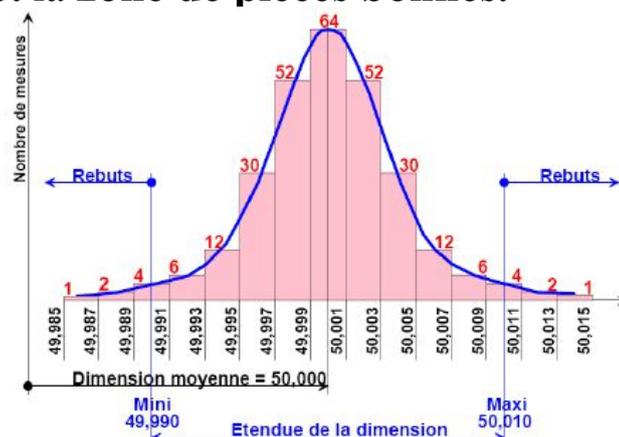
Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Contrôle de la fabrication - Loi de GAUSS

Il est possible sur cette représentation graphique de définir les **zones de rebuts** des pièces et la zone de pièces bonnes.

Supérieur ou Egale	Inférieur	Nombre mesures
50,013	50,015	1
50,011	50,013	2
50,009	50,011	4
50,007	50,009	6
50,005	50,007	12
50,003	50,005	30
50,001	50,003	52
49,999	50,001	64
49,997	49,999	52
49,995	49,997	30
49,993	49,995	12
49,991	49,993	6
49,989	49,991	4
49,987	49,989	2
49,985	49,987	1



66

Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Contrôle de la fabrication - Loi de GAUSS

Cette méthode de contrôle **ne permet pas la maîtrise du processus** de fabrication car elle est effectuée lorsque la fabrication est terminée.

En conséquence elle ne permet pas d'éviter les rebuts résultant du processus de fabrication.

↳ Surveillance d'un processus de fabrication - Loi de GAUSS

Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Contrôle de la fabrication - Loi de GAUSS

⇒ Surveillance d'un processus de fabrication

La méthode consiste à prélever périodiquement une pièce/un échantillon **pendant** le processus de fabrication, et de vérifier que les spécifications dimensionnelles et géométriques correspondent aux exigences.

MSP ≠ CSP

Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Les différents types de contrôle les plus utilisés.

A/ Contrôle par attributs.

La méthode du contrôle de la qualité par attributs consiste essentiellement à noter la **présence ou l'absence** d'un critère qualitatif quelconque (attribut) sur chaque unité contrôlée et de compiler le nombre d'unités possédant ou non ce critère sur l'ensemble des unités contrôlées :

Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Les différents types de contrôle les plus utilisés.

A/ Contrôle par attributs.

1 - Contrôle de la proportion (%) d'individus NC/défectueux par comptage.

A la suite du contrôle d'un ou de plusieurs caractères, qualitatifs, les individus sont classés "conforme" ou "non conforme".

La décision concernant le **lot** est prise d'après le **nombre d'individus NC (défectueux)** trouvés dans le ou les échantillon (s).

2 - Contrôle du nombre moyen de caractères NC par unité.

Le nombre de caractères NC constatés sur chaque unité contrôlée est enregistré et la décision concernant le **lot** est prise d'après le nombre total **de caractères NC (nombre de défauts)** dans le ou les échantillons.

Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Les différents types de contrôle les plus utilisés.

A/ Contrôle par attributs.

Ex 1 :

Au lieu de **mesurer exactement** le diamètre d'une tige, on n'aura qu'à **vérifier à l'aide de calibres** si le diamètre de la tige est plus petit que la limite inférieure des spécifications ou plus grand que la limite supérieure des spécifications ; si oui, la tige est jugée défectueuse ou non conforme (contrôle_calibre : nbre NC/échantillon).

71

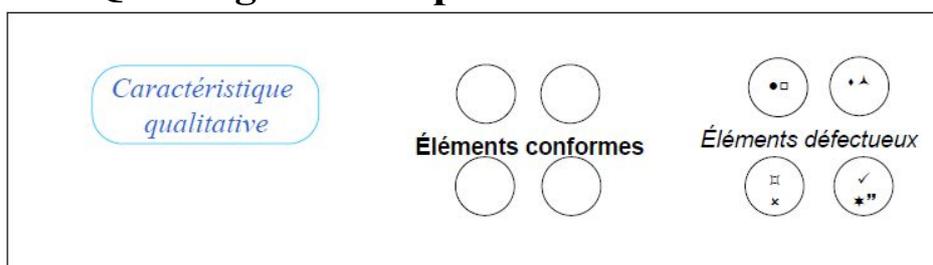
Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Les différents types de contrôle les plus utilisés.

A/ Contrôle par attributs.

Ex 2 : CQ des agrumes exportés



➡ Ce type de contrôle est **plus rapide, plus facile** et **moins coûteux** que le contrôle par mesures mais apporte toutefois une **information plus réduite**.

72

Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Les différents types de contrôle les plus utilisés.

B/ Contrôle par mesure :

3 - Contrôle de la proportion d'individus non conformes par mesurage.

Le caractère observé est une grandeur chiffrable, par un appareil de mesure, pour laquelle existent une ou 2 **limites de tolérances**, les individus hors tolérance étant considérés comme individus NC (défectueux).

Pour décider sur l'**acceptation ou le rejet du lot**, on surveille 2 paramètres sur l'ensemble des individus de l'échantillon :

- ✓ La **tendance centrale de la fabrication** (la moyenne / T_s et T_i , ...)
 - ✓ La **variabilité/dispersion de la fabrication** (étendue E ou R , écart type s ou σ , ...)
-

73

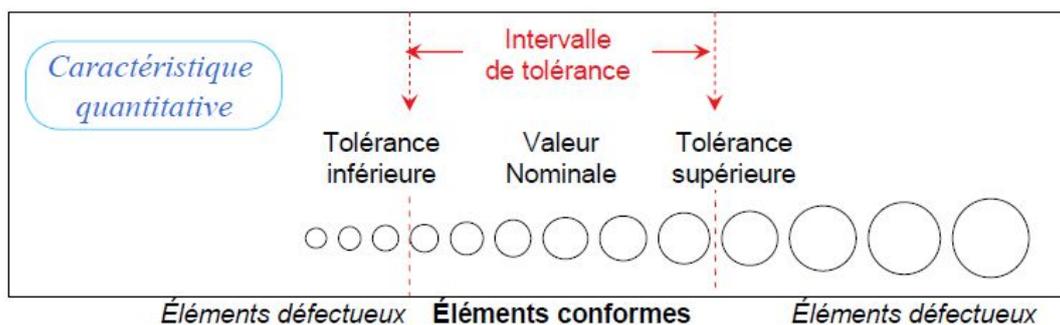
Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Les différents types de contrôle les plus utilisés.

B/ Contrôle par mesure :

3 - Contrôle de la proportion d'individus non conformes par mesurage.



74

Les outils opérationnels de la MSP

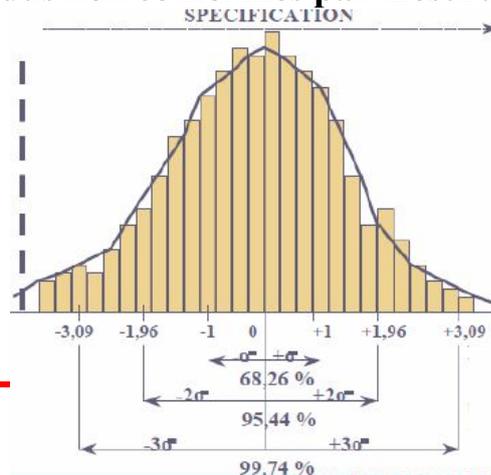
Le Contrôle Statistique

Les différents types de contrôle les plus utilisés.

B/ Contrôle par mesure :

3 - Contrôle de la proportion d'individus non conformes par mesurage.

Exemple :	Echantillon n°1	Echantillon n°2
	28.82	28.85
	28.87	28.85
	28.85	28.85
	28.88	28.85
	28.83	28.85
<u>Moyenne</u>
<u>Etendue</u>



75

Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Le plan de contrôle (NFx06-22)

Un plan de contrôle définit la stratégie de contrôle retenue.

C'est à dire :

- * Le nombre de contrôle
- * la taille du prélèvement
- * Le mode de prélèvement

Méthode :

Le contrôle est effectuée par ECHANTILLONNAGE .

On prélève **n** pièces parmi **N** pièces que contient le lot. Elles composent l'échantillon du lot de production et sont considérées alors comme **représentatives** de l'ensemble du lot.

On contrôle cet échantillon. On obtient ainsi une proportion **Pn** de pièces défectueuses.

Pn est alors une estimation de Pr, proportion réelle de pièces défectueuses du lot de **N** pièces

Si la proportion **Pn** de pièces défectueuses est inférieure au seuil d'acceptation **Pa**, on

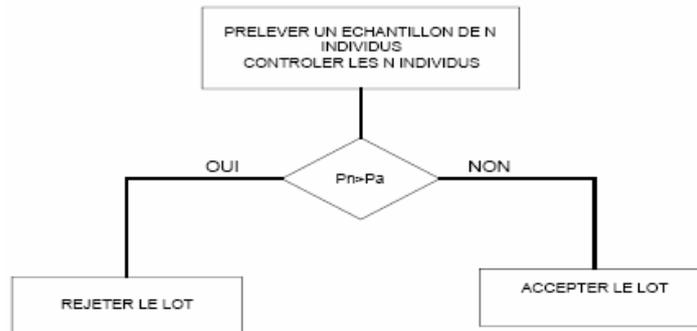
ACCEPTÉ TOUT LE LOT. Dans le cas contraire, on REFUSE tout le lot.

76

Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Le plan de contrôle (NFx06-22)



Plan de contrôle simple

Risque ? Si $P_n \neq P_r$

77

Les outils opérationnels de la MSP

Le Contrôle Statistique

Le plan de contrôle (NFx06-22)

Il prend en compte les données suivantes :

*: **risque fournisseur** (appelé **risque α**) : Probabilité de se voir refuser un lot dont la proportion réelle P_r de pièces défectueuses est inférieure à la proportion d'acceptation P_a . ($P_r < P_a$)

* **risque client** (appelé **risque β**) : Probabilité d'accepter des lots dont la proportion réelle P_r de pièces défectueuses est supérieure à la proportion d'acceptation P_a . ($P_r > P_a$)

Deux situations se présentent alors :

1^{er} cas : $P_n < P_a \rightarrow$ LOT ACCEPTE

Si $P_r < P_a \rightarrow$ LOT ACCEPTE \rightarrow Décision prise BONNE
 SI $P_r > P_a \rightarrow$ LOT REFUSE \rightarrow Décision prise MAUVAISE

Le client a _____ un **mauvais** lot provenant du fournisseur. C'est le **risque**

2^{ème} cas : $P_n > P_a \rightarrow$ LOT _____
 Si $P_r > P_a \rightarrow$ LOT _____ \rightarrow Décision prise _____
 SI $P_r < P_a \rightarrow$ LOT _____ \rightarrow Décision prise _____

. Le client a _____ un **bon** lot provenant du fournisseur. C'est le **risque** _____

78

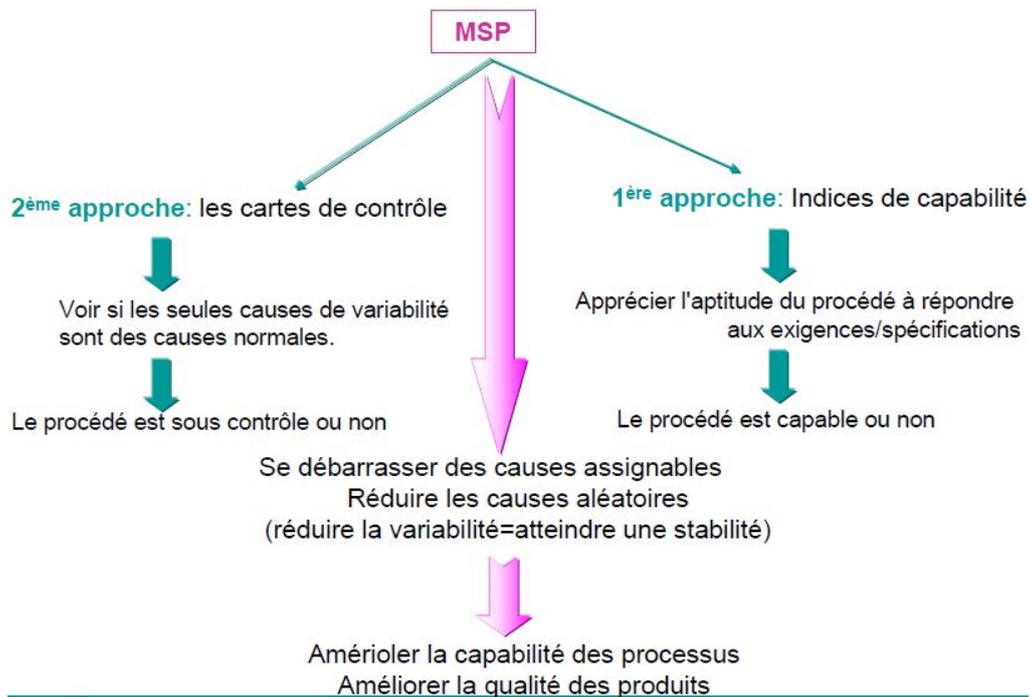
Les outils opérationnels de la MSP

CRITÈRE DE CAPABILITÉ

CARTES DE CONTRÔLE



Les outils opérationnels de la MSP



Les outils opérationnels de la MSP

Critère de Capabilité

Lorsqu'on parle de **qualité**, il est fondamental, d'être **précis** et de savoir **exactement** (chiffre) ce dont est capable le processus par rapport à ce qu'on lui **demande**.

La capabilité (adaptée de capability) est une notion qui provient de l'industrie automobile américaine (années70).

C'est **l'aptitude** d'une machine ou d'un processus à fabriquer des produits conformes.

Elle permet de mesurer la **capacité** d'une machine (ou procédé) à réaliser des pièces dans l'intervalle de tolérance du cahier des charges.

L'évaluation de l'aptitude nécessite un préalable : **la stabilité du processus**, c'est-à-dire que la variabilité de la production ne soit due qu'à des causes "communes", en excluant les causes "assignables" .

Les outils opérationnels de la MSP

Critère de Capabilité

La capabilité se mesure par le rapport entre la **performance réelle** d'une machine ou d'un système de production et la **performance exigée**.

Indices de capabilité

- ↳ Indices de capabilité système de production (procédé) : **Cp et Cpk**
 - ✓ Court terme (les échantillons pris dans un temps < 4h début de la production)
 - ✓ Long terme ($4h < LT \leq 1$ semaine)

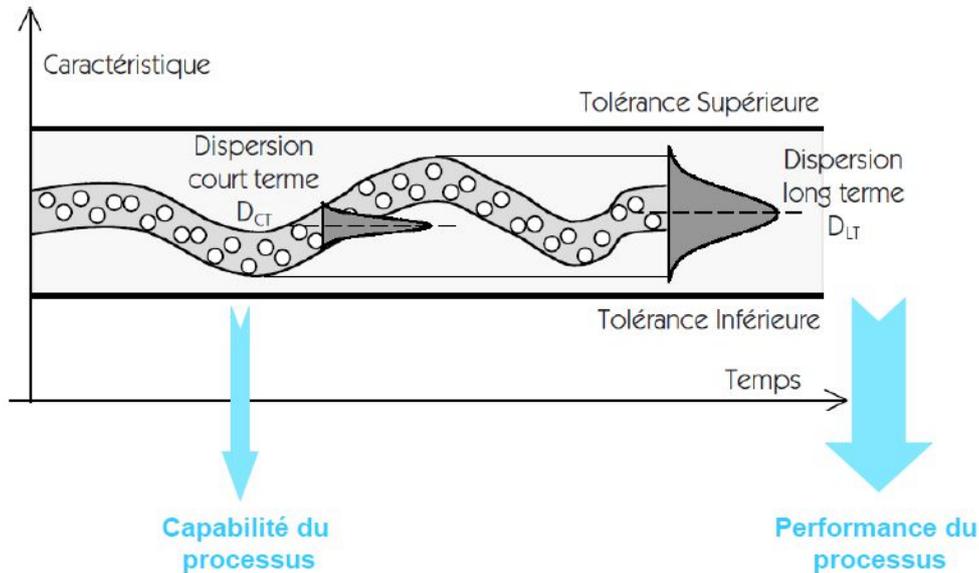
Indicateurs **long terme** traduit la réalité des produits livrés au client. On parlera alors de **performance du processus**.

Indicateur court terme traduit la dispersion sur un temps très court (1/2h). On parlera alors de **capabilité du processus**.

- ↳ Indices de capabilité machine : **Cm, Cmk**
 - ↳ Indice **K**
-

Les outils opérationnels de la MSP

Critère de Capabilité



83

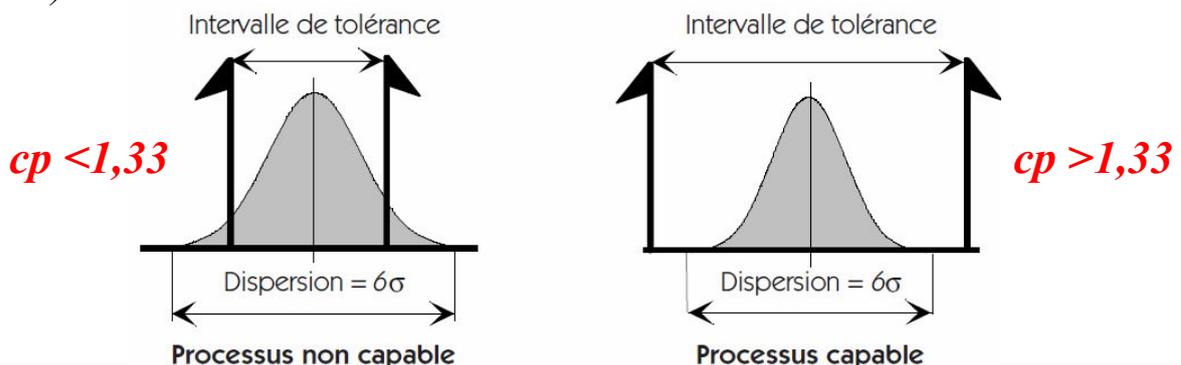
MSP : Critère de Capabilité

1. Capabilité intrinsèque du procédé C_p

$$C_p = \text{Intervalle de Tolérance} / \text{Dispersion du procédé} = (T_s - T_i) / 6\sigma$$

Cet indicateur compare la performance **attendue** du procédé (l'intervalle de tolérance) et la performance **obtenue** sur celui-ci (la dispersion).

Un processus sera dit **capable** si l'intervalle de tolérance est plus grand que la dispersion aléatoire du processus avec une petite marge, c'est-à-dire lorsque le $cp > 1,33$ ($8\sigma/6\sigma$).



84

MSP : Critère de Capabilité

1. Capabilité intrinsèque du procédé Cp

N.B. :

Une capabilité telle que $C_p = 1$ s'avère être insuffisante, et le minimum de capabilité exigé aujourd'hui est de **1,33** et le max est **1,67** (1 sera trop risqué).

La dispersion aléatoire est définie comme étant = 6σ de la Dispersion du procédé, càd l'intervalle contenant **99,7%** des pièces fabriquées.

En général, la période retenue pour le calcul d'un Cp est au moins **d'une semaine (LT)**. Ainsi, le Cp calculé donnera une bonne indication de la qualité de la **production livrée** au client :

- Un Cp élevé indique que toutes les pièces produites se ressemblent.
- Un Cp faible désigne une production dispersée.

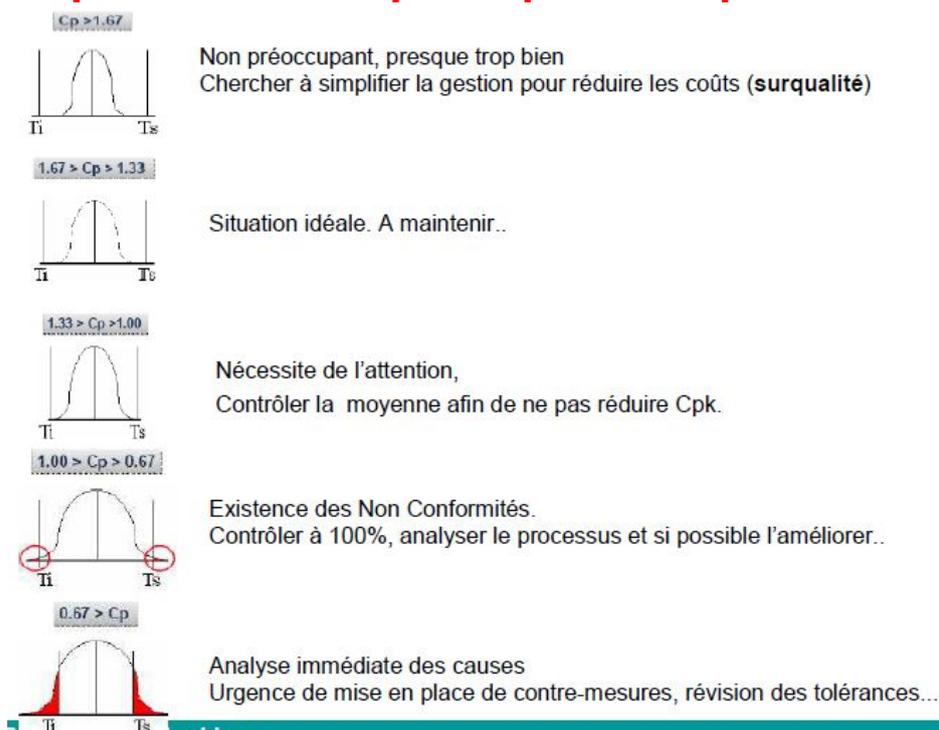
Une capabilité de 1,33 correspond à une marge de 1σ de chaque côté de la dispersion (68.26%).

On trouve également dans certains cas l'indicateur CR : $CR = \frac{I}{C_p} = \frac{6\sigma_{CT}}{Tolérance}$

85

MSP : Critère de Capabilité

1. Capabilité intrinsèque du procédé Cp

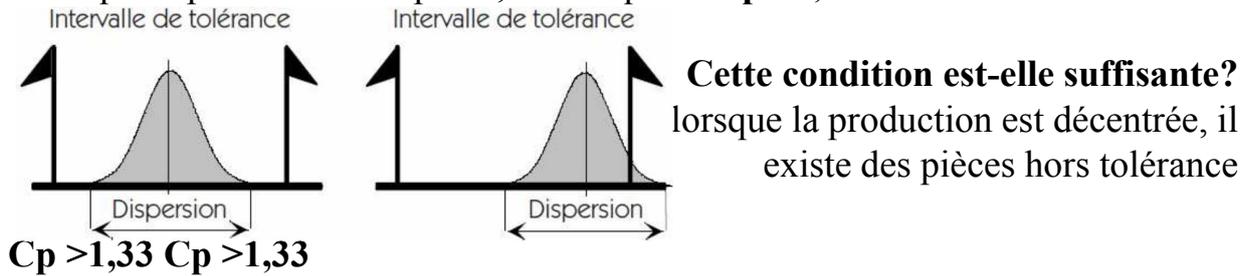


86

MSP : Critère de Capabilité

1. Capabilité intrinsèque du procédé Cp

Pour qu'un procédé soit capable, il faut que le $Cp > 1,33$!



La conformité industrielle d'une population de fabrication dépend de la position non seulement de sa **dispersion** mais aussi de la **position de sa moyenne** dans l'intervalle de tolérance → **Cpk** (Indicateur de dérèglement).

Ainsi, le Cp donnera la **performance intrinsèque** du processus et le Cpk la **performance réelle**.

87

MSP : Critère de Capabilité

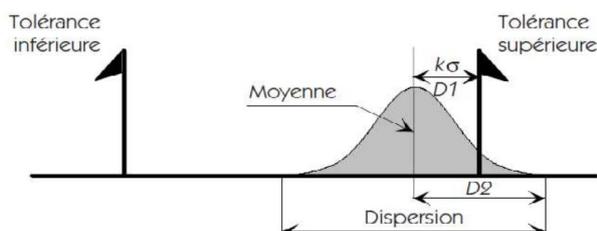
2. Indicateur de dérèglement Cpk

Cpk : indice de capabilité qui tient compte de la dispersion et du centrage du procédé. Ainsi,

le Cp donnera la capabilité intrinsèque du procédé, et

le Cpk la capabilité réelle (inclut à la fois la capabilité intrinsèque et le dérèglement).

$$Cpk = \min [(Ts - M) / 3\sigma ; (M - Ti) / 3\sigma]$$



où :

Ts : est la limite supérieure de tolérance

Ti : est la limite inférieure de tolérance

M : est la moyenne expérimentale des mesures

σ : est l'écart-type expérimental de la dispersion intrinsèque

σ : est l'écart-type expérimental de la dispersion du processus

$$Cpk = D1/D2$$

Cpk : Distance entre la moyenne observée et la plus proche limite de tolérance / une demi dispersion du processus du côté de la tolérance la plus proche

88

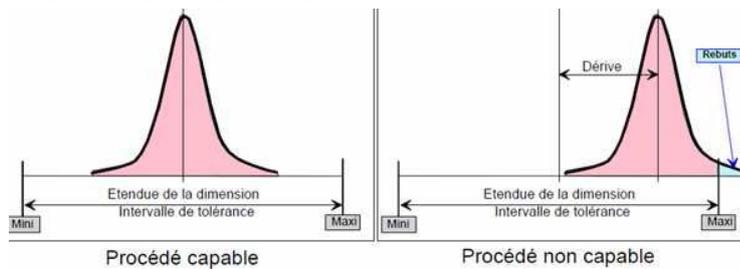
2. Indicateur de déréglage Cpk

Cpk < 1 : Le processus n'est pas capable de maintenir toute la production dans les spécifications.

1 < Cpk < 1,33 : C'est le minimum acceptable : il faut améliorer le procédé.

1,33 < Cpk < 2 : Le coefficient est bon, il faut continuer les efforts

Cpk > 2 : le coefficient est excellent.



Un **CPk élevé** indique non seulement que la production est répétable, mais qu'elle est également bien centrée dans l'intervalle de tolérance (et qu'il y aura peu de risque de voir des pièces produites en dehors des tolérances)

Pour qu'un process fonctionne du mieux possible le Cp et le Cpk devrait être > à 1,33

Interprétation de Cp et Cpk :

Un procédé, pour être capable, ne doit pas produire des articles défectueux.

Le **critère de base pour la capabilité** sera donc le **Cpk** qui inclut à la fois le **Cp** et le déréglage du procédé.

Un procédé est capable si son Cpk est supérieur à 1,33. Mais il ne faut pas pour autant négliger le Cp.

En effet, en comparant pour un procédé le Cp et le Cpk, nous pouvons obtenir de précieuses renseignements.

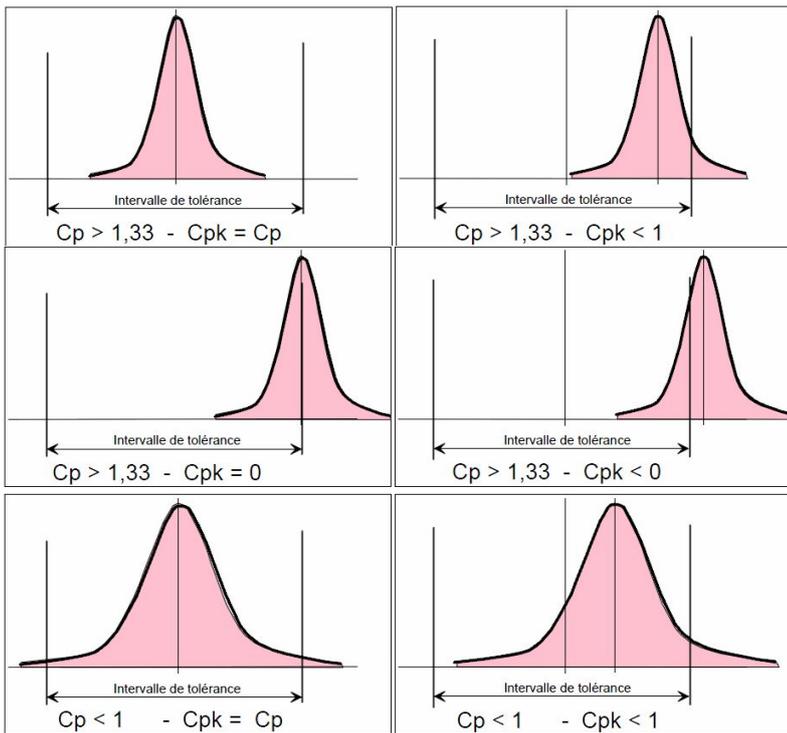
En cas de réglage parfait, on vérifie aisément que $Cp = Cpk$.

En revanche, plus le déréglage est important et plus la différence entre Cp et Cpk devient importante.

L'objectif des opérateurs sera donc d'avoir un Cpk le plus proche possible du Cp.

MSP : Critère de Capabilité

Interprétation de Cp et Cpk :



$$Cp = \frac{T_s - T_i}{6\sigma}$$

$$Cpk = \min \left[\frac{T_s - M}{3\sigma} ; \frac{M - T_i}{3\sigma} \right]$$

Cp et Cpk constituent des indicateurs excellents de la **qualité de la production**

91

MSP : Critère de Capabilité

Interprétation de Cp et Cpk :

Exemple

Si nous étudions le rapport concernant une pièce comportant trois caractéristiques, nous pouvons rapidement en tirer des conclusions.

Caractéristique	Cp	Cpk	Constat	Conclusion
1	2,5	2,2	Cpk > 1,33	le procédé est capable.
2	1,9	1,1	Cpk < 1,33	le procédé n'est pas capable MAIS cela provient d'un dérèglement car le Cp est > 1,33.
3	0,9	0,9	Cpk < 1,33	le procédé n'est pas capable, pourtant le procédé est parfaitement centré car Cpk = Cp.

Si la machine n'est pas capable \Rightarrow **Actions :**

- ✓ Changement de spécifications par le Bureau d'études
- ✓ Modification des méthodes
- ✓ Intervention sur la machine

92

MSP : Critère de Capabilité

3. Indice K

Cet indice indique comment le procédé est centré par rapport aux spécifications. Il compare la **moyenne** avec la **valeur nominale de la spécification**.

$$K = \frac{(\bar{X} - VN)}{(tolérance / 2)}$$

$K > 0$ $\bar{X} >$ valeur nominale
 $K = 0$ $\bar{X} =$ valeur nominale (idéale)
 $K < 0$ $\bar{X} <$ valeur nominale

$K = 1$ ou -1 50 % rejets
 $K > 1$ ou $K < -1$ + 50 % rejets
 $K = 0$ OK

93

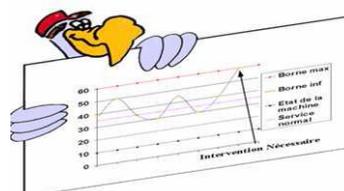
MSP : Carte de Contrôle

Qu'est ce qu'une carte de contrôle ?

↳ C'est l'outil statistique qui permet de **suivre les fluctuations** d'une caractéristique mesurable ou dénombrable et d'en **diagnostiquer** les situations non maîtrisées.

↳ Technique graphique utilisée dans les processus de « fabrication » pour :

- ✓ S'assurer de la stabilité de la production.
- ✓ Limiter la proportion de produits qui ne sont pas conforme aux tolérances.
- ✓ Distinguer les causes assignables de variation des causes aléatoires



La carte de contrôle = Écoute la voix du procédé

94

MSP : Carte de Contrôle

Principe de base

Détecter l'apparition de perturbation, de façon à déterminer les causes et à apporter les actions correctives pour rétablir le procédé dans des conditions désirable avant même de fabriquer des produits non conformes.

95

MSP : Carte de Contrôle

Deux grandes types :

Carte de contrôle par mesures :

↪ La spécification contrôlée est une grandeur chiffrable par un appareil de mesure (valeurs exactes).

↪ Pour les variables quantitatives (poids, diamètre, épaisseur, température, volume, puissance consommée, dosage, résistance thermique,...)

↪ Surveillance deux paramètres :

✓ La tendance centrale de la fabrication (moyenne) : valeur optimale

✓ La variabilité du processus (étendue, écart type, coefficient de variation).

Carte de contrôle par attributs :

↪ La spécification contrôlée est un critère qualitatif (attribut) à l'aide de calibres ou de contrôle visuel pour classer les pièces conformes ou non aux exigences.

96

Éléments de conception

Pour mettre en œuvre une carte de contrôle il faut :

↳ Être en mesure de répondre aux questions :

1. Caractéristiques quantitatives ou qualitatives ?
2. Instrument de mesure ou calibre à utiliser ?
3. Type de carte de contrôle à mettre en œuvre ?
4. Taille d'échantillon à prélever ?
5. Fréquence de contrôle ?

↳ Pour répondre ⇒ aspects pratiques, techniques et économiques du contrôle.

Éléments de conception

1. Caractéristiques quantitatives ou qualitatives ?

Une caractéristique **quantitative** est susceptible de faire l'objet d'une mesure

Une pièce ⇒ une ou plusieurs mesures sur chacune de ces caractéristiques.

Une caractéristique **qualitative** ne peut faire l'objet d'une mesure précise (la pièce est acceptable ou non).

2. Instruments de mesure à utiliser ?

Les outils de mesure doivent être vérifiés périodiquement (étalonnage)

➤ Réglage

➤ Précision

Les cartes de contrôle ne peuvent être plus précises que les instruments de mesure !

Éléments de conception

3. Type de carte de contrôle à mettre en œuvre ?

- ☒ Correspond au type de caractéristique en cause.
- ☒ L'aspect économique peut être un facteur important.

Exemple 1: Vérifier si la pièce est conforme ou non :

↳ carte par attributs, mais taille d'échantillon élevée.

Exemple 2 : Une caractéristique quantitative

↳ cartes de contrôle par mesures :

- contrôle plus efficace et plus précis, mais plus cher : emploi d'instruments de mesure.

Éléments de conception

4. Taille d'échantillon à prélever ?

- ☒ Rarement inférieure à 4.
- ☒ Cartes mesures : échantillon de taille 5, c'est courant.
 - ↳ toutefois : taille constante
 - ↳ petits échantillons ⇒ contrôle plus rapide
 - ⇒ vérifier la production d'un grand nombre de machines.
- ☒ Cas du contrôle par attributs : Taille beaucoup plus grande (50 et même 100)
Aspect économique ⇒ élément restrictif de la taille.

Éléments de conception

5. Fréquence de contrôle ?

Prélèvement sur une trop **longue période** : risque de modifications de consigne de marche, de matériel, assimilables à des variations aléatoires du processus

⇒ *surestimation de la dispersion*,

Prélèvement sur une **période trop courte** : risque que certains facteurs aléatoires n'aient pas eu le temps de jouer

⇒ *sous estimation de la variabilité*.



☒ Aussi grande que possible ⇒ Le temps de non observation est réduit

☒ Si rapides variations ⇒ fréquence élevée.

☒ Limites:

- Complexité des instruments
- Nombre de procédés à contrôler.

⇒ une condition très importante : ne pas entraîner une intervention inutile .

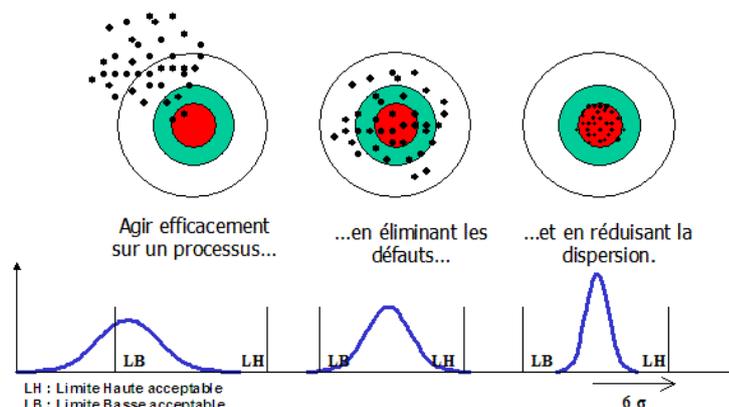
101

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Consiste à suivre dans le temps :

⇒ La tendance centrale (moyenne) ou le niveau moyen de la caractéristique : Valeur optimale

⇒ La dispersion (étendue, écart type, coefficient de variation) :



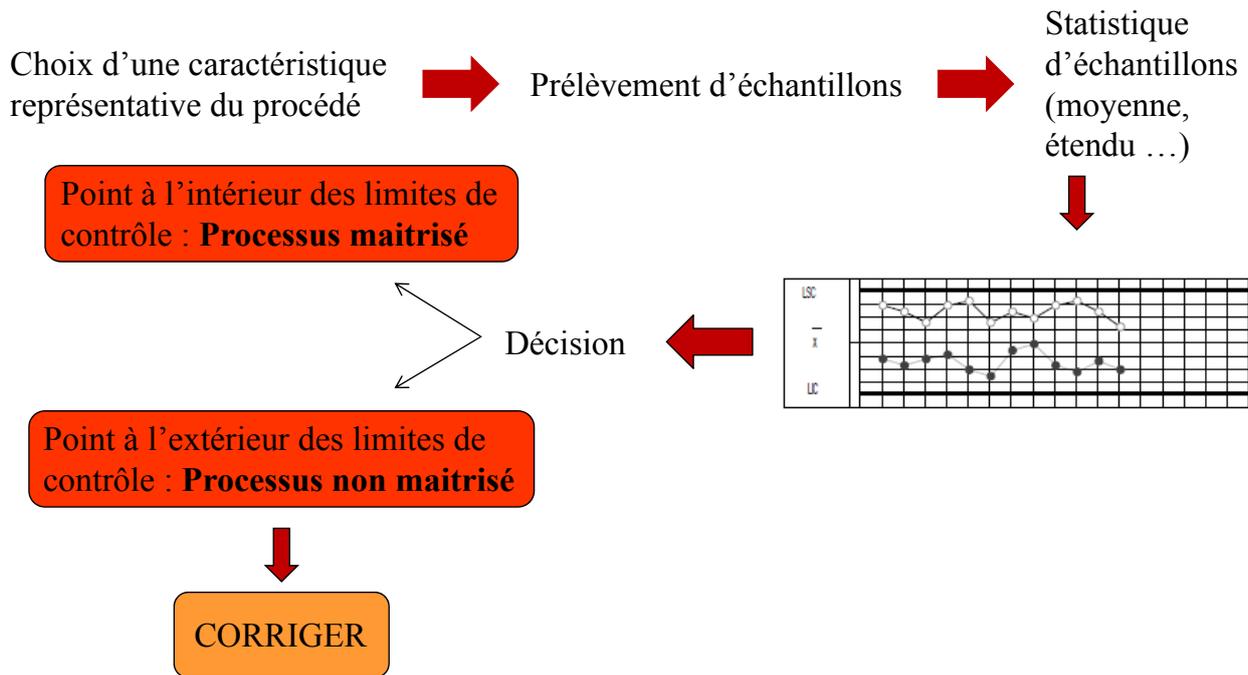
Dispersion ⇒ ⇒ **variabilité** ⇒ ⇒ **Qualité de produit**

Variabilité ⇒ **Source d'insatisfaction du client**

102

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Principe de construction d'une carte de contrôle



103

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Principales cartes de contrôle utilisées pour des grandeurs mesurables :

- ↪ Carte de X et MR (étendue mobile)
- ↪ Carte de contrôle \bar{X} et R (étendue)
- ↪ Carte de contrôle \bar{X} et σ (écart type)

104

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte X-MR :

On utilise cette carte pour des valeurs individuelles (X), la dispersion étant mesurée par l'étendue mobile (MR)

↪ Utilisée si la cadence de mesure est faible

↪ Taille de l'échantillon : $n = 1$

✓ Etendue mobile :

➤ Différence, en valeur absolue, entre 2 données successives :

$$MR = |X_i - X_{i-1}|$$

✓ Moyenne Étendue mobile (MR)

➤ Somme des étendues mobiles / Nombre de données – 1:

$$\overline{MR} = \sum \frac{MR_i}{k-1}$$

105

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte X-MR : calcul des limites de contrôle

↪ Carte X

$$LCS_x = \mu + 3\sigma$$

$$LC_x = \mu$$

$$LCI_x = \mu - 3\sigma$$

μ : moyenne de la population

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

σ : écart-type de la population

$$\sigma = s \sqrt{\frac{n-1}{n}}$$

↪ Carte MR

$$LCS_{MR} = 3.26 \overline{MR}$$

$$LC_{MR} = \overline{MR}$$

$$LCI_{MR} = 0$$

$$s = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}}$$

106

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte X-MR : exemple

X = viscosité polymère en cours de production. Observations durant 25 heures consécutives

Num. Obs	Observation (X)	Num. Obs	Observation (X)	Num. Obs	Observation (X)
1	2838	10	2870	19	2974
2	2785	11	3174	20	2805
3	3058	12	3102	21	3163
4	3064	13	2762	22	3199
5	2996	14	2975	23	3054
6	2782	15	2719	24	3147
7	2878	16	2861	25	3156
8	2920	17	2797		
9	3050	18	3078		

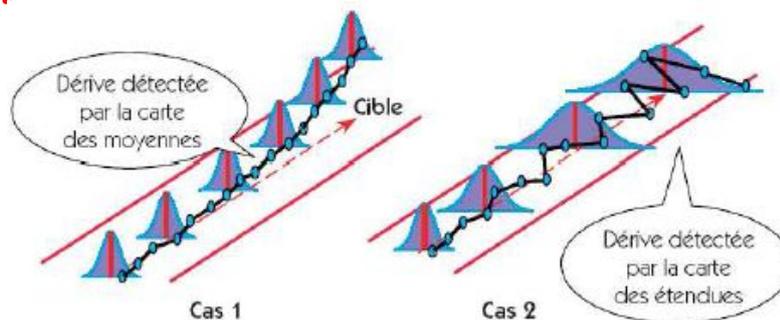


Feuille de calcul
Microsoft Excel

107

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte moyenne et étendue : carte X-R



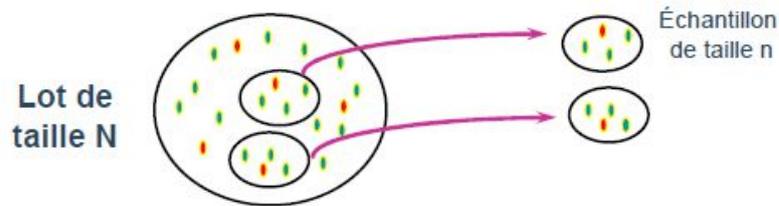
Dans le cas 1, on note une dérive de la position du processus, il faut détecter cette dérive pour ne pas fabriquer des **pièces mauvaises**. La carte des moyennes détectera les **dérives de position du processus** ⇒ surveiller le réglage de processus

Dans le cas 2, le processus reste centré sur la cible, mais la dispersion se dégrade. Il faut également détecter ce type de dérives car il conduit également à une production de **mauvaise qualité** ⇒ surveiller la capacité du processus (Dispersion).

108

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte moyenne et étendue : carte X-R



1. Taille de l'échantillon < 10

2. Nombre d'échantillons : environ 20

3. Fréquence de contrôle toute les 30 minutes

4. Calcul :

- Pour chaque échantillon : Moyenne \bar{X} et Étendue R

- Pour l'ensemble des échantillons :

Calcul de la moyenne générale $\bar{\bar{X}}$

Calcul de la moyenne des étendues R : Indique l'importance de la variabilité naturelle du processus.

- Calcul des limites de contrôle provisoires

109

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte moyenne et étendue : carte X-R

↳ Moyenne

Soient X_1, X_2, \dots, X_n les mesures relevées au sein d'un échantillon de taille n, la moyenne de l'échantillon i (parmi les k échantillons) :

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_k}{k}$$

↳ Etendue

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

$$\bar{R} = \frac{R_1 + R_2 + \dots + R_k}{k}$$

110

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte X-R : calcul des limites de contrôle

↪ Carte des moyennes

$$LCS_x = \bar{\bar{X}} + A2.\bar{R}$$

$$LC_x = \bar{\bar{X}}$$

$$LCI_x = \bar{\bar{X}} - A2.\bar{R}$$

↪ Carte des étendues

$$LCS_R = D4.\bar{R}$$

$$LC_R = \bar{R}$$

$$LCI_R = D3.\bar{R}$$

111

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte X-R : calcul des limites de contrôle

Les coefficients A2, D3 et D4, sont tabulés en fonction de n, la taille de l'échantillon :

Taille de l'échantillon n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A2	1,880	1,023	0,729	0,577	0,483	0,419	0,373	0,337	0,308
D3	0	0	0	0	0	0,076	0,136	0,184	0,223
D4	3,267	2,575	2,282	2,115	2,004	1,924	1,864	1,816	1,777

112

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte X-R : exemple

Echant tube PVC	X1	X2	X3	X4	X5	\bar{X}	R
1	55	53	58	54	59		
2	54	56	53	53	57		
3	56	54	54	55	53		
4	58	56	54	56	54		
5	52	55	54	53	56		
6	54	56	56	57	54		
7	56	56	56	58	54		
8	55	58	57	56	53		
9	57	59	55	54	57		
10	56	59	54	53	58		

113

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte moyenne et écart-type : carte X-S

1. Taille de l'échantillon ≥ 10 .
2. On utilise l'écart type plutôt que l'étendue.
3. Calcul :

Pour chaque échantillon :

Moyenne
$$\bar{X} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \dots + \bar{X}_n}{n}$$

Écart-type:
$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Pour l'ensemble des échantillons :

Calcul de la moyenne générale $\bar{\bar{X}}$

Calcul de la moyenne des écarts-types \bar{S}

114

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte X-S : calcul des limites de contrôle

↪ Carte des moyennes

$$LCSx = \bar{\bar{X}} + A3.\bar{S}$$

$$LCx = \bar{\bar{X}}$$

$$LCIx = \bar{\bar{X}} - A3.\bar{S}$$

↪ Carte des écarts-types

$$LCSsx = B4.\bar{S}$$

$$LCsx = \bar{S}$$

$$LCIsx = B3.\bar{S}$$

115

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Carte X-S

Les coefficients A3, B3 et B4, sont tabulés en fonction de n, la taille de l'échantillon :

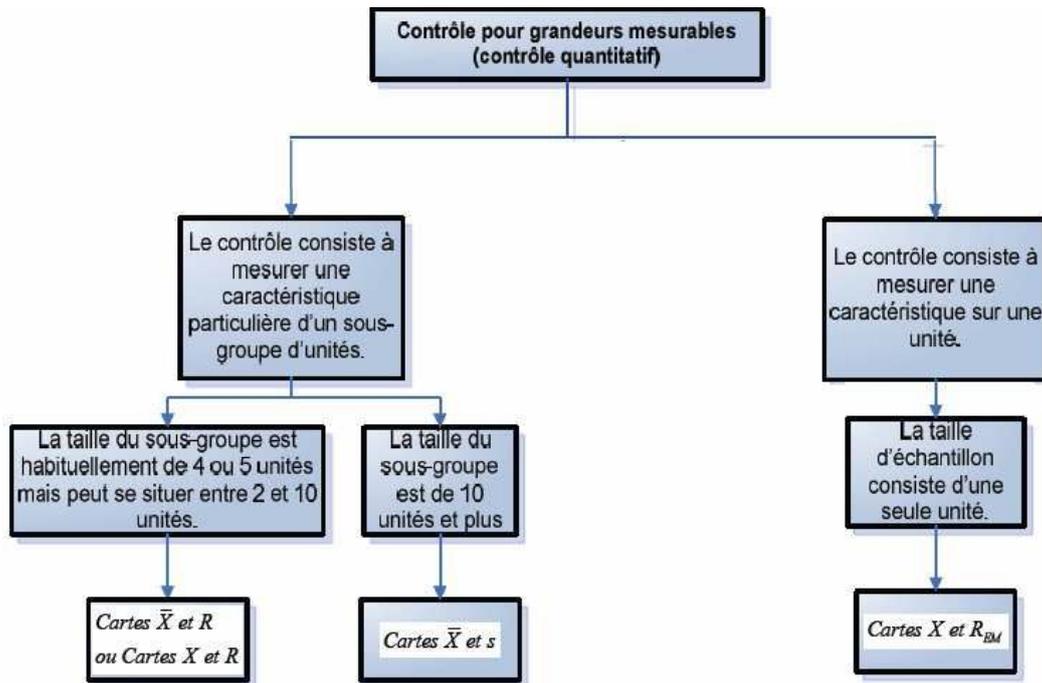
Taille de l'échantillon	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A3	1,427	1,287	1,182	1,099	1,032	0,975	0,927	0,886	0,850	0,817
B3	0,000	0,030	0,118	0,185	0,239	0,284	0,321	0,354	0,382	0,405
B4	2,089	1,970	1,882	1,815	1,761	1,716	1,679	1,646	1,618	1,594

Taille de l'échantillon	15	16	17	18	19	20	22	23	24	25
A3	0,789	0,763	0,739	0,718	0,698	0,68	0,647	0,633	0,619	0,606
B3	0,428	0,448	0,466	0,482	0,497	0,51	0,545	0,545	0,382	0,405
B4	1,572	1,552	1,534	1,518	1,503	1,49	1,466	1,455	1,445	1,435

116

MSP : Carte de Contrôle par mesure

Le schéma suivant résume ces types de cartes de contrôle.



117

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Il arrive fréquemment que **des conditions de qualité** ne sont pas mesurables (un contrôle visuel par exemple) ou encore qu'il est plus pratique et plus économique d'effectuer un contrôle qualitatif à l'aide de calibres pour classer les pièces **conformes ou non** aux spécifications.

La méthode du contrôle de la qualité par attributs consiste donc essentiellement à noter la **présence** ou l'**absence** d'un critère qualitatif quelconque (attribut) sur chaque unité contrôlée et de compiler le nombre d'unités possédant ou non ce critère sur l'ensemble des unités contrôlées.

Exemples : un diamètre de piston trop petit, des bouteilles en verre comportant des éraflures, des fissures etc. Ce produit part en général au rebut.

118

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Les principale cartes de contrôle par attributs sont :

Carte p : carte de contrôle pour la proportion (%) de non-conformes (défectueux)

Carte np : carte de contrôle pour le nombre d'unité non-conformes (défectueux)

Carte c : carte de contrôle pour le nombre de non-conformités (défauts)

Carte u : carte de contrôle pour le nombre moyen de non-conformités par sous groupe

Faire la différence entre défectueux et défauts (non-conforme et non conformité)

un défectueux peut contenir plusieurs défauts ou

un produit non-conforme peut contenir plusieurs non conformités

119

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Une **non-conformité** est la non satisfaction d'une exigence ou la déviation par rapport à une spécification, un standard ou une attente.

Un défaut représente un manquement aux exigences d'aptitude à l'emploi ou à une utilisation normale.

120

MSP : Carte de Contrôle par attributs

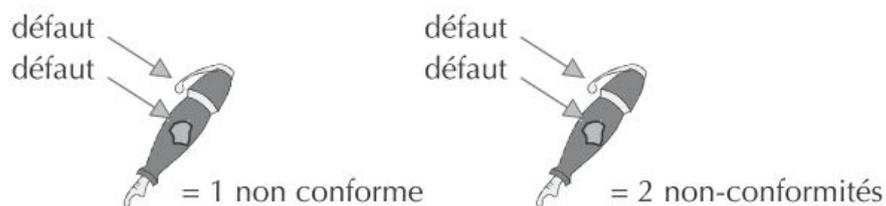
Le schéma suivant résume ces types de cartes de contrôle.



121

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Le schéma suivant résume ces types de cartes de contrôle.



	Unités non conformes	Non-conformités
Nombre	Carte np Nombre de produits non conformes	Carte c Nombre de non-conformités
Proportion	Carte p Proportion de produits non conformes	Carte u Proportion de non-conformités

122

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Carte p (proportion de non conformes)

Étapes à suivre :

- Constitution des échantillons
 - Choix de la **taille** de l'échantillon (de 50 à 100)
 - Fréquence d'échantillonnage : doit permettre un suivi réaliste par rapport aux mesures correctives à apporter
 - Nombre d'échantillon : 15 à 25

- Calcul des proportions (%)

- p = Nombre de non conformes / Taille de l'échantillon

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i p_i}{\sum_{i=1}^k n_i}$$

- Calcul des limites

$$LCS_p = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

$$LCI_p = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

123

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Carte C :

- carte de contrôle pour le **nombre de non-conformités**
- La taille n de l'échantillon est constante (**1 unité**).

$$\bar{c} = \frac{\sum c_i}{k}$$

$$\bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$$

$$\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$



n : la taille des l'échantillons
 k : nombre d'échantillons

\bar{c} nombre moyen de non-conformités

\bar{u} la proportion moyenne de non-conformité

Carte U:

- carte de contrôle pour **taux de non-conformités**.
- La taille n de l'échantillon peut être variable (**4 à 20**).

$$\bar{u} = \frac{\sum(n_i u_i)}{\sum n_i}$$

$$\bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

$$\bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

124

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Type de la carte	LCS	LC	LCI
Carte NP (n est constante)	$\bar{n}\bar{p} + 3\sqrt{\bar{n}\bar{p}(1-\bar{p})}$	$\bar{n}\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} np_i}{k}$	$\bar{n}\bar{p} - 3\sqrt{\bar{n}\bar{p}(1-\bar{p})}$
Carte P (n peut être variable)	$\bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$	$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^{i=k} np_i}{n_i}$	$\bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n_i}}$
Carte C (n est constante)	$\bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}}$	$\bar{c} = \frac{\sum c_i}{k}$	$\bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$
Carte U (n peut être variable)	$\bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$	$\bar{u} = \frac{\sum(n_i u_i)}{\sum n_i}$	$\bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$

Avec:

n : la taille des l'échantillons k : nombre d'échantillons

$\bar{n}\bar{p}$ nombre moyen du Pnc par éch

\bar{c} nombre moyen de non-conformités

\bar{p} { * nombre moyen du Pnc $\bar{P} = \frac{\bar{n}\bar{p}}{n}$
 *la proportion moyenne du Produit non-conformes

\bar{u} la proportion moyenne de non-conformité

125

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Exemple

- Une entreprise de livraison de pizzas à domicile a réalisée une enquête sur les livraisons du mois d'octobre.

-Les données recueillies au cours de cette enquête sont présentées dans le tableau ci-après.

Jours ouvrés en octobre	nombre de non conformité
1	3
2	2
3	4
4	5
5	1
6	2
7	4
8	1
9	2
10	1

Jours ouvrés en octobre	nombre de non-conformité
11	3
12	4
13	2
14	4
15	2
16	1
17	3
18	1
Total	45

Quelle est la carte de contrôle la plus adaptée ?

Indiquez si le processus de livraison est sous contrôle statistique.

126

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Données: nombre non conformités + 1 seul échantillon/J → carte c

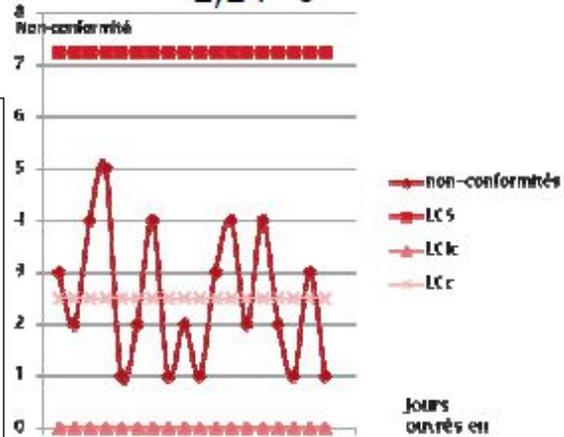
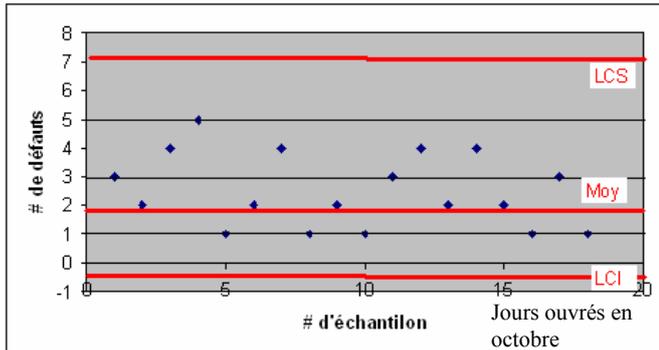
$$\bar{c} = \frac{\sum c_i}{k} \quad \text{nombre moyen de non-conformités}$$

k : nombre d'échantillons

$$\bar{c} = 45 / 18 = 2,5$$

$$\begin{aligned} LCS_c &= \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \\ &= 2,5 + 3\sqrt{2,5} \\ &= 7,24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} LCI_c &= \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \\ &= 2,5 - 3\sqrt{2,5} \\ &= -2,24 = 0 \end{aligned}$$



127

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Conditions qui indiquent qu'une caractéristique de qualité n'est pas maîtrisée

128

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Les interprétations des cartes de contrôle sont relativement simples, il suffit de connaître quelques **situations de base**.

L'interprétation de la carte des étendues est différente de la carte des moyennes. L'une surveille le réglage du processus, l'autre surveille la **dispersion** du processus : capabilité.

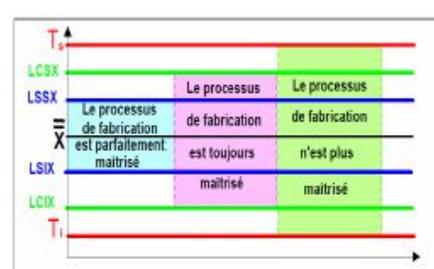
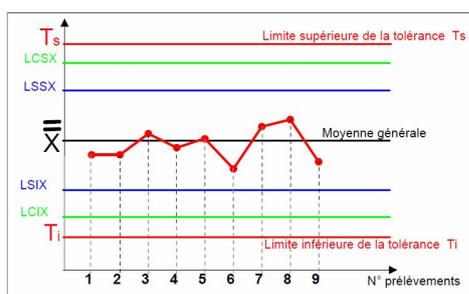
Lorsqu'on analyse des cartes de contrôle, il faut toujours commencer par la carte de surveillance du paramètre de **dispersion**.

En effet, si la dispersion du processus augmente, il faut arrêter tout de suite la machine, car la capabilité court terme est en train de chuter. Par contre, une **variation** sur la carte des moyennes se résoudra souvent par un réglage.

129

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :



Les limites supérieures (**LSSX**) et inférieures (**LSIX**) de **surveillances** permettent de fixer les bornes à partir desquelles il sera nécessaire d'effectuer une surveillance du processus de fabrication en vue de déterminer les causes de la dispersion. Dans ce cas le processus de fabrication est toujours maîtrisé.

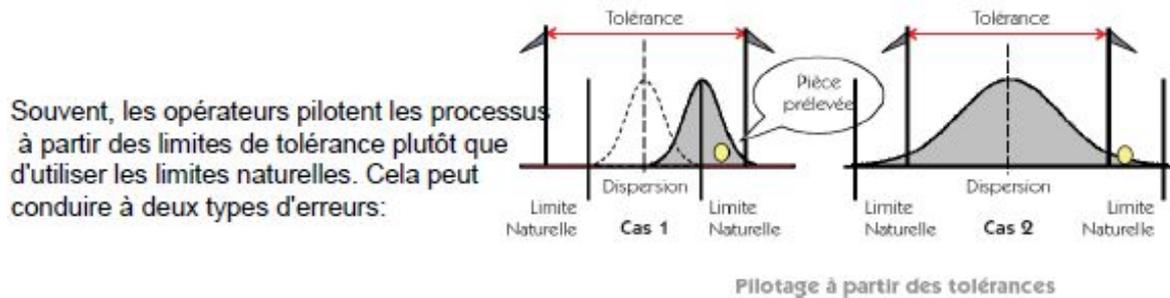
Les limites supérieures (**LCSX**) et inférieures (**LCIX**) de contrôles permettent de fixer les bornes à partir desquelles, il sera nécessaire de vérifier toutes les causes de dispersions car le risque est important de "fabriquer" des rebuts systématiques. Le processus de fabrication n'est plus maîtrisé.

En général : Limites de Surveillance = 2/3 des limites de contrôle

130

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :



Dans le cas 1, processus capable, l'opérateur prélève une pièce qui se situe à l'intérieur des tolérances. Traditionnellement, cette pièce étant « bonne », il continue sa production. Pourtant, la pièce est en dehors des limites naturelles. Le processus n'est pas centré sur la cible, il faut régler.

Dans le cas 2, processus non capable, l'opérateur prélève une pièce qui se situe à l'extérieur des tolérances. Traditionnellement, cette pièce étant « mauvaise », il règle le processus. Pourtant, la pièce est dans les limites naturelles. Il est possible que le processus soit parfaitement centré. Dans ce cas on ne doit pas toucher au processus.

131

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Il faut dissocier l'action sur le processus (réglage) et l'action sur le produit (acceptation, tri, contrôle...):

- **Les tolérances** servent à déterminer si les pièces qu'on vient de faire sont bonnes ou mauvaises. Elles servent à agir sur les pièces pour décider de **l'acceptation** ou du **refus** des pièces que l'on a fabriquées. **On regarde en arrière.**
- **Les limites naturelles (LC)** servent à déterminer si le processus de fabrication est toujours centré sur la cible. Elles servent à **agir sur le processus** pour que les prochaines pièces à réaliser restent bonnes. **On regarde en avant.**

132

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

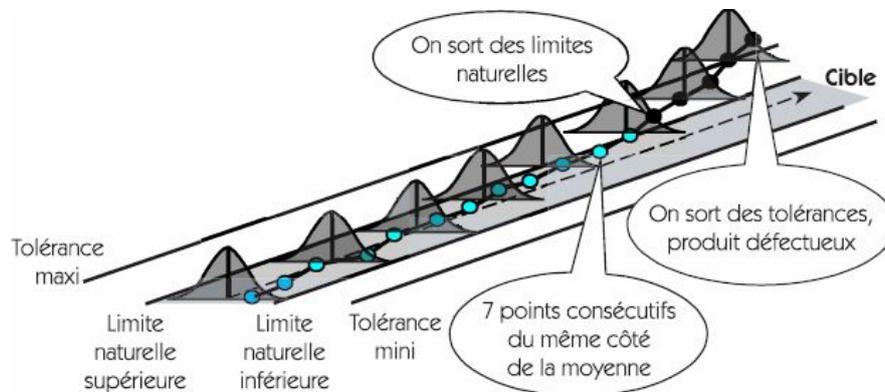


Figure 8 – Limites naturelles et tolérances

L'avantage à utiliser les **limites naturelles (Limite de Contrôle)** pour piloter un processus plutôt que les **limites de tolérance**.

133

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Fluctuations naturelles

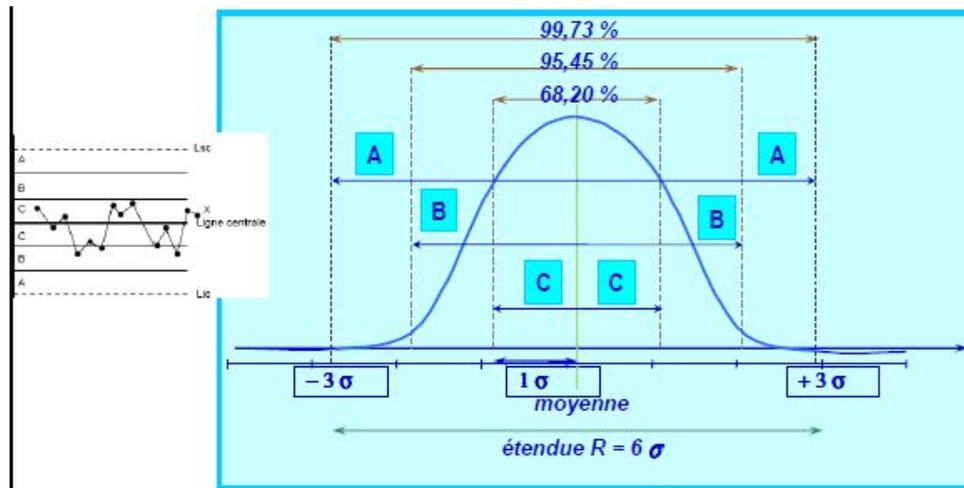
Un procédé est maîtrisé statistiquement lorsque les cartes présentent les aspects suivants (en supposant que les limites de contrôle ont été établies avec un intervalle de 3 écarts-type) :

- 1. Zone C.** La majorité des points sont situés entre 1 écart-type autour de la moyenne (environ 68% càd 34% de part et d'autre de la ligne centrale).
 - 2. Zone B.** Un certain pourcentage de points vont se situer au-delà de l'écart type de la moyenne mais n'excédant pas 2 écarts-types (environ 27%).
 - 3. Zone A.** Quelques points vont se situer près des limites de contrôle (moins de 5%)
 - 4.** Les points sont disposés de façon aléatoire de sorte qu'on ne peut identifier une tendance, une suite de points ou tout comportement anormal.
-

134

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :



N.B:

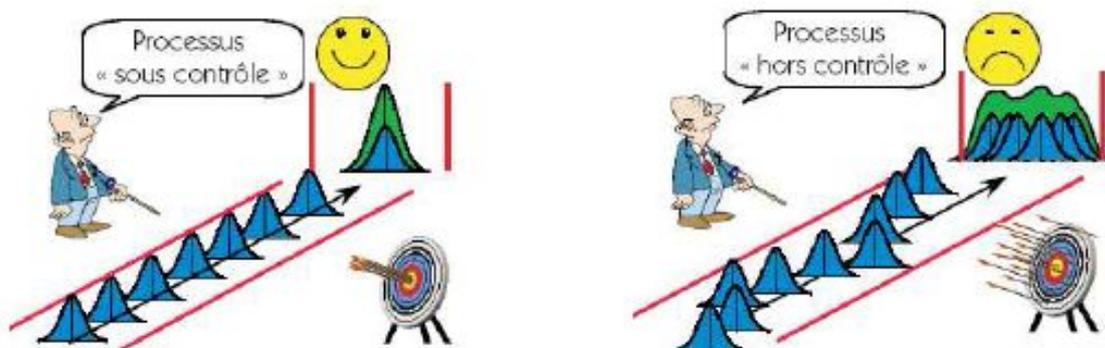
Dans les formules précédentes, on construit un intervalle de confiance à 99,74%. On peut prendre un intervalle de confiance différent.

Les cartes de contrôles reviennent à faire un intervalle de confiance ici au seuil de risque 0,0026 soit 0,26%.

135

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :



136

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Situations hors contrôle

On considère qu'une caractéristique de qualité est maîtrisée si non seulement les points associés aux différents échantillonnages dans le temps sont à l'**intérieur des limites** mais également que les points ne soient pas disposés selon une **suite anormale** :

- ✓ Mise en évidence d'une tendance
- ✓ Fluctuation en dents de scie
- ✓ Suite de points du même côté
- ✓ Points se situant près des limites ou de la ligne centrale
- ✓ Carte présentant des sommets et des creux
- ✓ Effet cyclique...

Lloyd S. Nelson_la revue « Journal of Quality Technology »

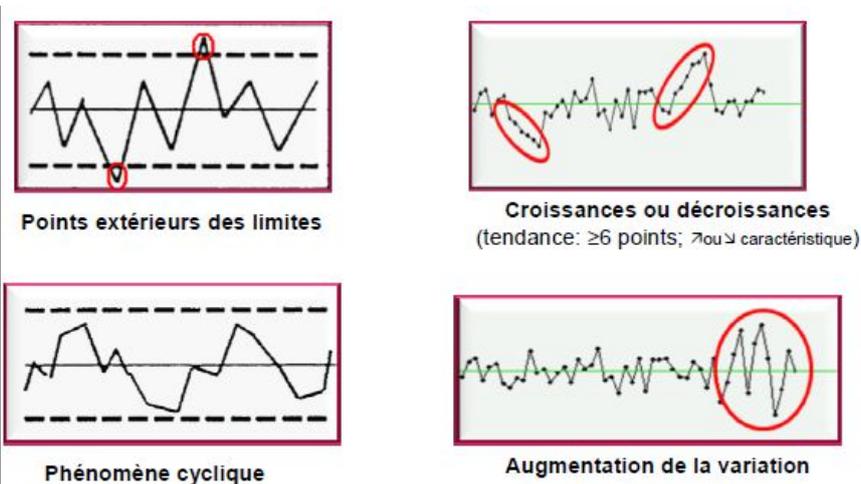
137

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Exemples d'indicateurs de présences de causes anormales

Processus hors contrôle



138

MSP : Carte de Contrôle par attributs

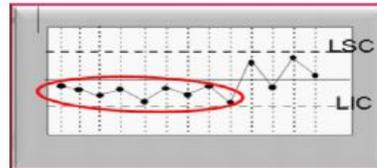
Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Exemples d'indicateurs de présences de causes anormales

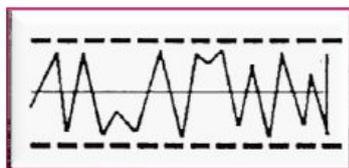
Processus hors contrôle



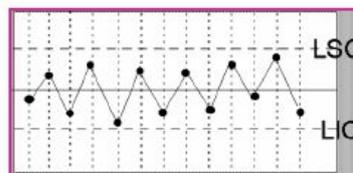
Le procédé est instable



Points dans le même côté de ligne centrale
(suite de points: ≥ 9)



Mélange de 2 populations de pièces



Une fluctuation en dents de scie. (14 pts consécutifs alternant vers le haut, vers le bas)

139

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Situations hors contrôle et causes spéciales

Diverses causes peuvent influencer le comportement des points sur les cartes de Contrôle ; certaines causes s'appliquent aussi bien à la carte R qu'à la carte X.

1. Un point en dehors des limites de contrôle

- Calcul inexact des limites de contrôle
- Pointage inexact de la carte
- Erreur de mesure ou de transaction
- Nouvel(e) agent(e) de contrôle, Nouvel opérateur
- Ajustement non approprié du procédé
- Mauvais calibrage de l'instrumentation
- Détérioration des conditions opérationnelles (chute de tension, de pression, ...)
- Nouvelle instrumentation
- Modification dans la méthode de contrôle
- Matière première non appropriée

140

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Situations hors contrôle et causes spéciales

2. Une tendance

- Usure de l'outillage
- Détérioration d'une ou plusieurs pièces de la machine
- Détérioration de solutions chimiques
- Fatigue de l'opérateur
- Dérèglement progressif d'une pièce importante
- Amélioration de l'habileté de l'opérateur et des méthodes de travail
- Introduction graduelle de nouvelles matières premières (matières plus homogènes ou plus hétérogènes)
- Changement graduel de la température

141

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Situations hors contrôle et causes spéciales

3. Fluctuations de dents de scie

- Données provenant de deux machines et plus
- Matières premières provenant de deux fournisseurs
- Deux opérateurs
- Deux agents de contrôle
- Deux méthodes de mesure

4. Une suite de points

- Dérèglement subi attribuable à un mauvais ajustement
- Nouvel opérateur ou opérateur inexpérimenté
- Nouvel agent de contrôle
- Changement d'instrumentation
- Mauvais calibrage
- Changement dans la méthode de contrôle
- Changement dans les matières premières
- Ajustement du procédé à un niveau trop élevé ou trop faible

142

MSP : Carte de Contrôle par attributs

Diagnostic/Pilotage/Interprétation des processus par les CC :

Situations hors contrôle et causes spéciales

5. Points se situant près des limites de contrôle ou près de la ligne centrale

- Ajustement incorrect du procédé
- Nouvel opérateur
- Nouvel agent de contrôle
- Nouvelle instrumentation
- Erreur de calcul ou mauvais pointage
- Données provenant de plusieurs sources de fabrication

6. Carte présentant des sommets et des creux

- Données provenant d'une source de fabrication en particulier, puis d'une autre. Alternance d'instrumentation, d'opérateur, d'agents de contrôle

7. Effet cyclique ou périodicité

- Température, humidité (effet saisonnier)
- Fatigue de l'opérateur
- Rotation périodique d'opérateurs

143

MSP : Carte de Contrôle par attributs

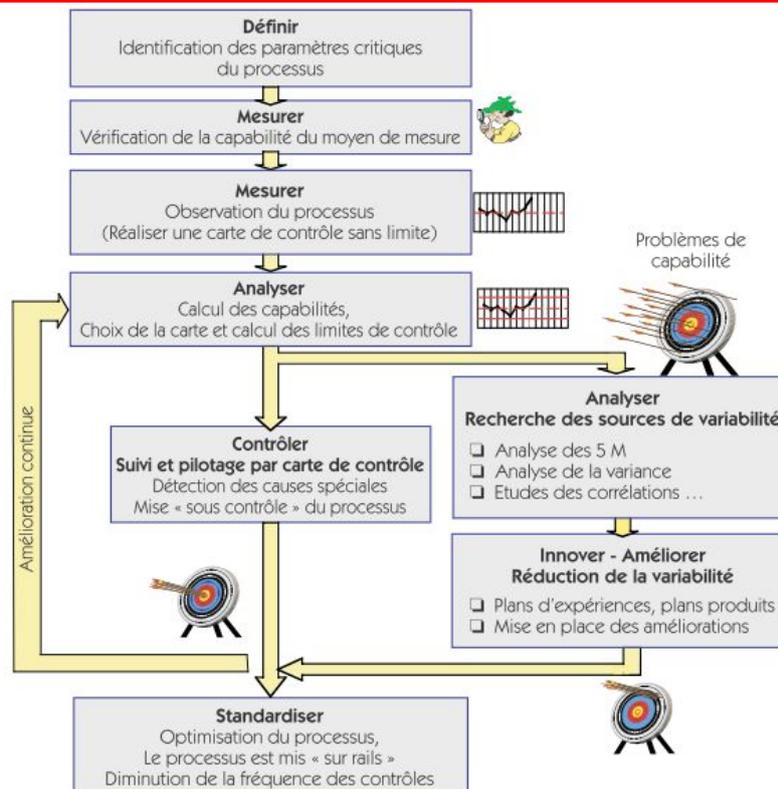
Procédure de mise en œuvre pratique des cartes de contrôle

La mise sous contrôle d'un processus consiste à suivre la démarche **DMAICS** : Définir, Mesurer, Analyser, Innover-améliorer, Contrôler et Standardiser de **Six Sigma**.

Les étapes Analyser et Améliorer pouvant parfois être court-circuitées lorsque les capacités du processus sont bonnes.

144

MSP : Carte de Contrôle par attributs



145

Conclusion

Sachant que la variabilité est l'ennemi de la qualité, il est primordial de veiller à minimiser cette dispersion. La statistique nous fournit des outils simples pour étudier et suivre la variabilité du procédé.

1. Une première approche, basée sur les cartes de contrôle, nous permet de voir si les seules causes de variabilité sont des causes normales.
2. La deuxième approche, basée sur les indices de capabilité, nous aide à apprécier l'aptitude du procédé à répondre aux exigences fixées par le client.

Avantages des cartes de contrôle

- Réduire des coûts de production en réduisant les rebuts, les retouches et l'inspection à 100% et en évitant et éliminant les déviations ;
- Améliorer la qualité et le rendement ;
- Mieux connaître le procédé ;
- Spécification plus réaliste ;
- Éliminer ou réduire les inspections subséquentes.

146

Conclusion : Règles dites « Western Electric »

un point situé à l'extérieur de l'intervalle (LCL , UCL) est le signal d'une instabilité du processus ou

zone A : entre 2 et 3 sigmas

zone B : entre 1 et 2 sigmas

zone C : entre 0 et 1 sigmas

2a : 2 points sur 3 points consécutifs dans la zone A

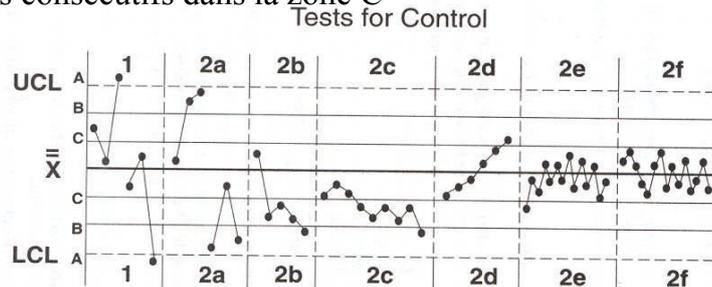
2b : 4 points sur 5 points consécutifs dans la zone B

2c : 9 points consécutifs d'un seul coté de la ligne centrale CL

2d : 6 points consécutifs croissants (ou décroissants)

2e : 14 points consécutifs alternant entre croissance et décroissance

2f : 15 points consécutifs dans la zone C

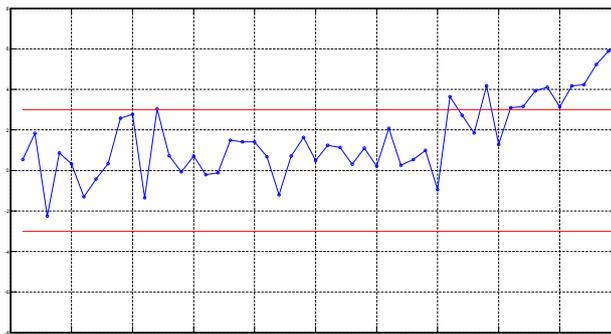


147

MSP

AVERAGE RUN LENGTH

ARL



148

Sensibilité des cartes à la détection des changements dans la moyenne des processus

Lors de la conception des cartes de contrôle, la question "Quelle est l'efficacité de la carte à la détection d'un changement donné dans la moyenne du processus ?" ou la définition d'une "mesure de l'efficacité" des cartes de contrôle est fondamentale pour leur compréhension.

La mesure adoptée ici est le nombre moyen d'échantillon jusqu'à la détection (ARL), qui est, pour tout changement donné dans la moyenne du processus, le nombre d'échantillons qui sont nécessaires en moyenne pour détecter ce changement - la détection étant définie comme un point en dehors des limites.

Relation entre A.R.L. et la probabilité qu'un point tombe en dehors de la limite

Si la probabilité qu'un échantillon soit hors contrôle est p_1 , alors :

- ✓ Probabilité d'être hors contrôle dès le premier échantillon : p_1 ,
 - ✓ Probabilité de ne pas être détecté hors contrôle avant le 2^{ème} échantillon : $(1-p_1)p_1$,
- etc.
- ✓ Probabilité de ne pas être détecté hors contrôle avant le $i^{\text{ème}}$ échantillon : $(1-p_1)^{i-1}p_1$,

Relation entre A.R.L. et la probabilité qu'un point tombe en dehors de la limite (suite)

Donc le nombre moyen d'échantillons jusqu'à la détection (A.R.L.) est :

$$\sum_{i=1}^{+\infty} i(1-p_1)^{i-1} p_1$$

$$\begin{aligned} ARL &= 1 \cdot p_1 + 2 \cdot p_1 \cdot (1-p_1) + 3 \cdot p_1 \cdot (1-p_1)^2 + \dots \\ &= p_1 \left[1 + 2 \cdot (1-p_1) + 3 \cdot (1-p_1)^2 + \dots \right] \end{aligned}$$

$$ARL = \frac{p_1}{(1-(1-p_1))^2} = \frac{1}{p_1} \quad (\text{Détail du calcul slides suivants})$$

Relation entre A.R.L. et la probabilité qu'un point tombe en dehors de la limite (détail du calcul)

$$ARL = p_1 \left[1 + 2 \cdot (1-p_1) + 3 \cdot (1-p_1)^2 + \dots \right]$$

Posons $(1-p_1) = x$ et calculons $s = 1 + 2 \cdot x + 3 \cdot x^2 + \dots$

s est la dérivée de $S = x + x^2 + x^3 + \dots$

Calculons $S = x + x^2 + x^3 + \dots + x^n$ quand n tend vers ∞ alors

$$xS = x^2 + x^3 + \dots + x^{n+1}$$

Donc $S - xS = S(1-x) = x - x^{n+1}$ et ainsi $S = \frac{x - x^{n+1}}{(1-x)}$

Finalement $S = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x - x^{n+1}}{(1-x)}$ et comme $x < 1$, $S = \frac{x}{(1-x)}$

Relation entre A.R.L. et la probabilité qu'un point tombe en dehors de la limite (détail du calcul)

Puisque s est la dérivée de S , alors

$$\begin{aligned} s &= \frac{dS}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\frac{x}{(1-x)} \right) = \frac{x' \times (1-x) - x \times (1-x)'}{(1-x)^2} = \frac{1 \times (1-x) - x \times (-1)}{(1-x)^2} \\ &= \frac{1}{(1-x)^2} \end{aligned}$$

D'où

$$ARL = \frac{p_1}{(1 - (1 - p_1))^2} = \frac{1}{p_1}$$

Relation entre A.R.L. et la probabilité qu'un point tombe en dehors de la limite (autre méthode)

Utilisons la loi géométrique de paramètre p_1 : la distribution géométrique régit une variable aléatoire qui est le nombre d'essais nécessaires pour obtenir notre premier succès, étant donné que les essais sont identiques et indépendants et que chaque essai ne peut aboutir qu'à l'un des deux résultats possibles (succès ou échec). L'espérance est $1/p_1$.

Soit p_1 la probabilité qu'un signal soit généré sur un échantillon donné lors de l'utilisation d'une carte de contrôle. La longueur du signal associé à la carte de contrôle est une variable géométrique aléatoire, car chaque échantillon est indépendant des autres échantillons, et chacun génère un signal (succès) ou non.

L'ARL est donc simplement de $1/p_1$.

Relation entre A.R.L. et la probabilité qu'un point tombe en dehors de la limite (suite et fin)

Prenons par exemple la carte de contrôle \bar{X} avec des limites à trois sigma. Lorsque le processus est sous contrôle, nous avons 99,74 % de la population dans les limites, d'où $p_1 = 0,0026$ et donc $ARL = 1/p_1 = 1/0,0026 = 385$.

Résumé

Pour toute carte de contrôle Shewhart, nous avons noté précédemment que l'ARL peut être exprimée comme :

$$ARL = \frac{1}{\mathbb{P}(\text{un point de tracé hors des limites de contrôle})}$$

ou

$$ARL_0 = \frac{1}{\alpha}$$

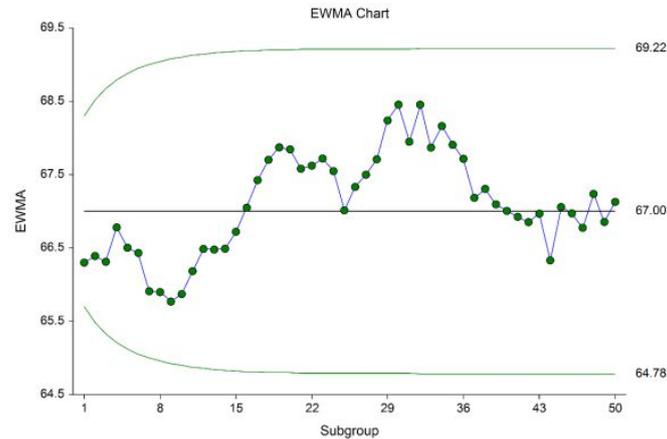
pour l'ARL d'un processus sous-contrôle et

$$ARL_1 = \frac{1}{1 - \beta}$$

pour l'ARL d'un processus hors-contrôle.

Alternatives to Shewhart Charts

CUSUM EWMA



INTRODUCTION

Les cartes de contrôle de Shewhart sont extrêmement utiles dans la phase de mise en œuvre de la MSP, lorsque le processus est susceptible d'être incontrôlable et permettent de connaître des causes assignables qui entraînent de grands changements dans les paramètres surveillés. Les cartes de Shewhart sont également très utiles pour les aspects diagnostics d'un processus hors contrôle, car les modèles de ces cartes fournissent souvent des indications concernant la nature de la cause assignable.

INTRODUCTION

Un inconvénient majeur d'une carte de contrôle Shewhart est qu'elle n'utilise que les informations sur le processus contenues dans la dernière observation de l'échantillon et qu'elle ignore toute information donnée par l'ensemble de la séquence de points. Cette caractéristique rend la carte de contrôle Shewhart relativement insensible aux petits changements de processus, de l'ordre de $1,5\sigma$ ou moins par exemple. Cela rend potentiellement les cartes de contrôle Shewhart moins utiles dans les problèmes de surveillance lorsque le processus tend à fonctionner de manière contrôlée, i.e. quand des estimations fiables des paramètres du processus (tels que moyenne et écart type) sont disponibles et quand les causes attribuables n'entraînent généralement pas de perturbations ou de bouleversements importants du processus.

INTRODUCTION

Bien entendu, d'autres critères, tels que les limites d'avertissement et d'autres règles de sensibilisation, peuvent être appliqués aux cartes de contrôle Shewhart, pour améliorer leurs performances face à de petites variations. Toutefois, l'utilisation de ces procédures réduit la simplicité et la facilité d'interprétation de la carte de contrôle Shewhart, et comme nous l'avons déjà observé, ils réduisent aussi considérablement la durée moyenne de l'ARL lorsque le processus est effectivement sous contrôle. Cela peut être très indésirable dans la phase de suivi du processus.

INTRODUCTION

Deux alternatives très efficaces à la carte de contrôle Shewhart peuvent être utilisées lorsque de petits changements de processus présentent un intérêt : la carte de contrôle de la somme cumulée (**Cumulative Sum: CuSum**) et la carte de contrôle de la moyenne mobile pondérée exponentiellement (**Exponentially Weighted Moving Average: EWMA**). Ces cartes de contrôle CuSum et EWMA sont d'excellentes alternatives à la carte de contrôle Shewhart pour les situations de suivi de processus.

161

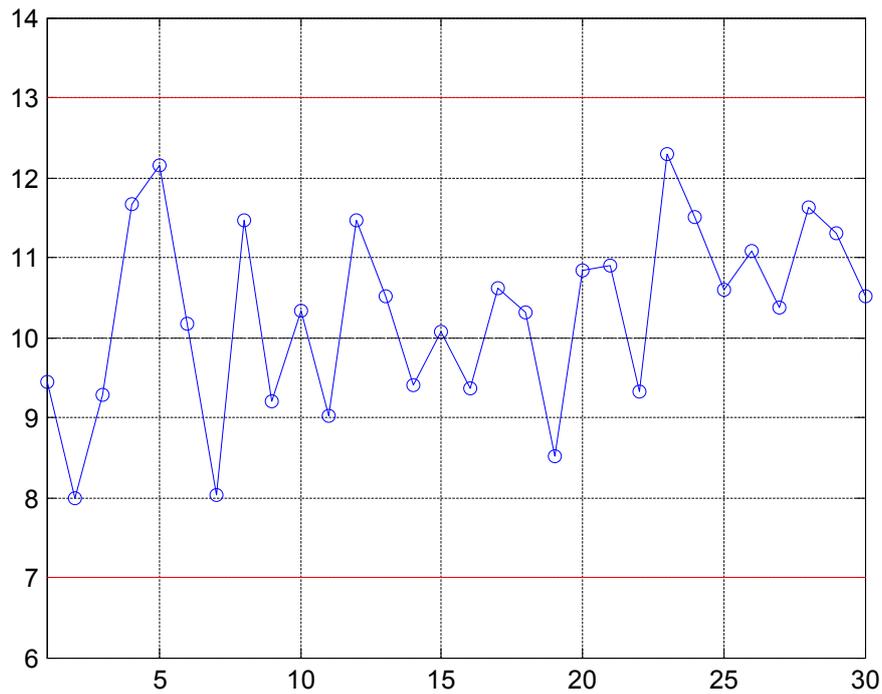
Carte CuSum

Traçons une carte de contrôle pour les données suivantes, où $X \sim N(10 ; 1)$:

Echantillon	x_i	Echantillon	x_i	Echantillon	x_i
1	9,45	11	9,03	21	10,90
2	7,99	12	11,47	22	9,33
3	9,29	13	10,51	23	12,29
4	11,66	14	9,40	24	11,50
5	112,16	15	10,08	25	10,60
6	10,18	16	9,37	26	11,08
7	8,04	17	10,62	27	10,38
8	11,46	18	10,31	28	11,62
9	9,20	19	8,52	29	11,31
10	10,34	20	10,84	30	10,52

162

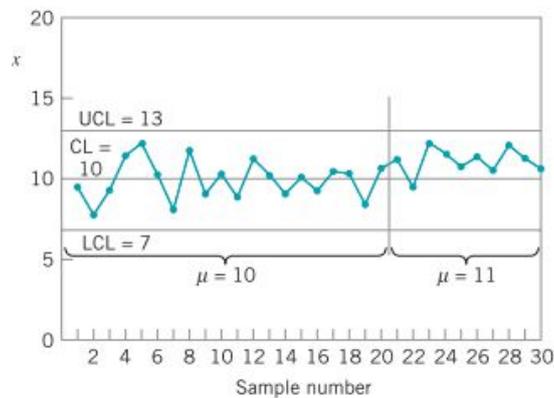
Carte CuSum



163

Carte CuSum

Les vingt premiers points suivent bien la loi normale $X \sim N(10 ; 1)$, mais les dix points suivants, eux suivent une loi normale de moyenne 11.



164

Carte CuSum

Aucun point ne se situe en dehors des limites de contrôle, nous n'avons donc aucune preuve que le processus est hors de contrôle. Notez qu'il y a une indication d'un changement de niveau du processus pour les 10 derniers points, car tous les points sauf un se situent au-dessus de la ligne centrale. Cependant, si nous nous basons sur le signal traditionnel d'un processus hors contrôle un ou plusieurs points au-delà d'une limite de contrôle à trois sigmas, alors la carte de contrôle Shewhart n'a pas détecté le changement.

La raison de cet échec est, bien sûr, l'ampleur relativement faible du changement. La carte Shewhart pour les moyennes est très efficace si l'ampleur du changement est de $1,5\sigma$ à 2σ ou plus. Pour les petites modifications elle n'est pas aussi efficace. La carte de contrôle CuSum est une bonne alternative lorsque les petits décalages sont présents.

165

Carte CuSum

La carte CuSum incorpore directement toutes les informations dans la séquence des valeurs d'échantillon en traçant les sommes cumulées des écarts des valeurs d'échantillon par rapport à une valeur cible. Par exemple, supposons que des échantillons de taille $n \geq 1$ soient collectés, et \bar{x}_j soit la moyenne du $j^{\text{ème}}$ échantillon. Alors, si μ_0 est la cible de la moyenne du processus, la carte CuSum est formée en traçant la quantité

$$S_k = \sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \mu_0)$$

où :

- S_k est la somme cumulée jusqu'au k échantillon.

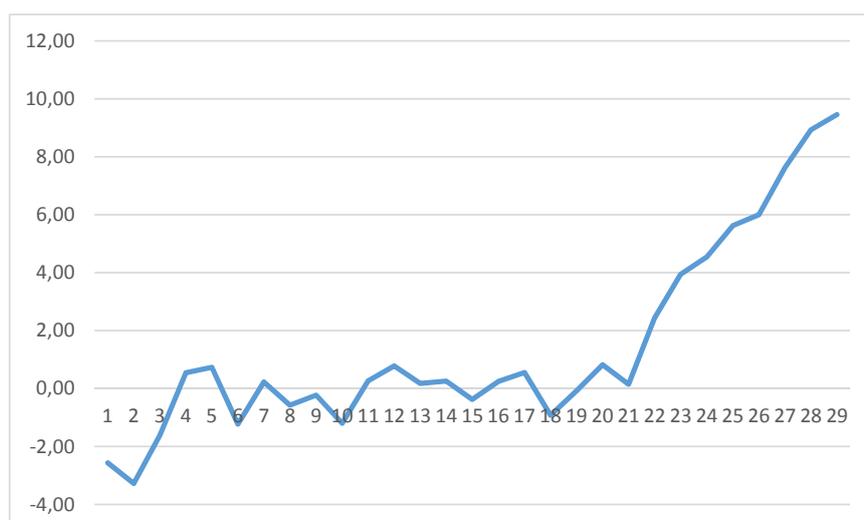
166

Carte CuSum

On note que si le processus reste sous contrôle à la valeur cible μ_0 , la somme cumulée définie dans l'équation précédente est une marche aléatoire à moyenne nulle. Cependant, si la moyenne se déplace vers le haut jusqu'à une valeur $\mu_1 > \mu_0$, par exemple, alors une dérive vers le haut ou positive se développera dans la somme cumulée S_k . Inversement, si la moyenne se déplace vers le bas jusqu'à une valeur $\mu_1 < \mu_0$, alors une dérive vers le bas ou négative de S_k se produira. Par conséquent, si une tendance significative se développe dans les points tracés que ce soit à la hausse ou à la baisse, nous devrions considérer cela comme une preuve que la moyenne du processus a été décalée, et une recherche d'une cause assignable doit être effectuée.

167

Carte CuSum



168

Carte CuSum

Bien sûr, le graphique de la courbe CuSum n'est pas une carte de contrôle car il manque les limites de contrôle statistique. Il y a différentes façons de représenter les cusums. Parmi les représentations, la forme tabulée (ou algorithmique) est préférable. Nous présentons maintenant la construction et l'utilisation de la CuSum tabulée.

Carte CuSum

La CuSum tabulée ou algorithmique pour le suivi de la moyenne du processus

Soit x_i la $i^{\text{ème}}$ observation sur le processus. Lorsque le processus est maîtrisé, x_i a une distribution normale avec une moyenne μ_0 et un écart-type σ . Nous supposons que σ est connu ou qu'une estimation fiable est disponible. Ces hypothèses sont très cohérentes avec les applications de la phase II de la MPS, (phase I : mise en place de la MSP ; phase II : exploitation des cartes de contrôle), situation dans laquelle la carte CuSum est la plus utile. Nous aborderons plus tard le problème de la surveillance de σ avec une carte CuSum.

La CuSum tabulée ou algorithmique pour le suivi de la moyenne du processus (suite 1)

Nous considérons parfois μ_0 comme une valeur cible pour la caractéristique de qualité x . Ce point de vue est souvent adopté dans l'industrie chimique et de transformation lorsque l'objectif est de contrôler la variable x (la viscosité, par exemple) à une valeur cible particulière (2000 centistokes à 100°C). Si le processus dérive ou s'écarte de cette valeur cible, la courbe de CuSum le signale et un ajustement est effectué sur une variable manipulable (comme le taux d'alimentation du catalyseur) pour ramener le processus à la valeur cible. De plus, dans certains cas, la courbe de CuSum indique la présence d'une cause assignable qui doit être étudiée tout comme dans le cas d'une carte Shewhart.

171

La CuSum tabulée ou algorithmique pour le suivi de la moyenne du processus (suite 2)

La carte CuSum tabulée fonctionne en accumulant les déviations de μ_0 qui sont au-dessus de la cible avec une statistique S^+ et en accumulant les déviations de μ_0 qui sont en dessous de la cible avec une autre statistique S^- . Les statistiques S^+ et S^- sont appelées respectivement CuSum unilatéral supérieur et inférieur. Elles sont calculées comme suit :

$$S_i^+ = \max\left(0; x_i - (\mu_0 + K) + S_{i-1}^+\right)$$

$$S_i^- = \min\left(0; x_i - (\mu_0 - K) + S_{i-1}^-\right)$$

$$\text{Avec : } S_0^+ = S_0^- = 0.$$

172

La CuSum tabulée ou algorithmique pour le suivi de la moyenne du processus (suite 3)

Dans les équations ci-dessus, K est généralement appelée la valeur de référence (ou tolérance, ou valeur de relâchement), et elle est souvent choisie à peu près à mi-chemin entre la cible μ_0 et la valeur hors contrôle de la moyenne μ_1 que nous souhaitons détecter rapidement.

Ainsi, si le décalage est exprimé en unités d'écart-type comme $\mu_1 = \mu_0 + \delta\sigma$ (ou $\delta = |\mu_1 - \mu_0|/\sigma$), alors K est la moitié de l'amplitude du décalage ou

$$K = \frac{\delta}{2}\sigma = \frac{|\mu_1 - \mu_0|}{2}$$

La CuSum tabulée ou algorithmique pour le suivi de la moyenne du processus (suite 4)

Notez que S_i^+ et S_i^- accumulent les écarts par rapport à la valeur cible μ_0 qui sont supérieurs à K , les deux quantités étant remises à zéro lorsqu'elles deviennent négatives. Si S_i^+ ou S_i^- dépassent l'intervalle de décision H , le processus est considéré comme hors contrôle.

Nous avons brièvement mentionné comment choisir K , mais comment choisir H ? En fait, la sélection correcte de ces deux paramètres est assez importante, car elle a un impact significatif sur les performances de la carte CuSum. Une valeur raisonnable pour H est cinq fois l'écart-type σ du processus.

Carte CuSum

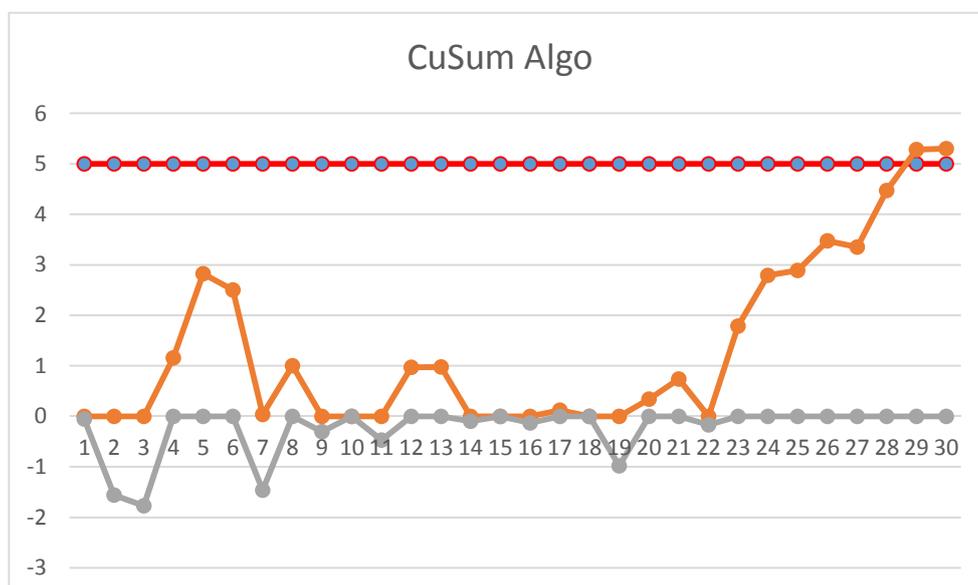
La CuSum tabulée ou algorithmique pour le suivi de la moyenne du processus (exemple)

Echantillon	x_i	$x_i - (\mu_0 + K)$	S_i^+	$x_i - (\mu_0 - K)$	S_i^-	H	N+	N-
1	9,45	-1,05	0,00	-0,05	-0,05	5	0	1
2	7,99	-2,51	0,00	-1,51	-1,56	5	0	2
3	9,29	-1,21	0,00	-0,21	-1,77	5	0	3
4	11,66	1,16	1,16	2,16	0,00	5	1	0
5	12,16	1,66	2,82	2,66	0,00	5	2	0
6	10,18	-0,32	2,50	0,68	0,00	5	3	0
7	8,04	-2,46	0,04	-1,46	-1,46	5	4	1
8	11,46	0,96	1,00	1,96	0,00	5	5	0
9	9,20	-1,30	0,00	-0,30	-0,30	5	0	1
10	10,34	-0,16	0,00	0,84	0,00	5	0	0
11	9,03	-1,47	0,00	-0,47	-0,47	5	0	1
12	11,47	0,97	0,97	1,97	0,00	5	1	0
13	10,51	0,01	0,98	1,01	0,00	5	2	0
14	9,40	-1,10	0,00	-0,10	-0,10	5	0	1
15	10,08	-0,42	0,00	0,58	0,00	5	0	0
16	9,37	-1,13	0,00	-0,13	-0,13	5	0	1
17	10,62	0,12	0,12	1,12	0,00	5	1	0
18	10,31	-0,19	0,00	0,81	0,00	5	0	0
19	8,52	-1,98	0,00	-0,98	-0,98	5	0	1
20	10,84	0,34	0,34	1,34	0,00	5	1	0
21	10,90	0,40	0,74	1,40	0,00	5	2	0
22	9,33	-1,17	0,00	-0,17	-0,17	5	0	1
23	12,29	1,79	1,79	2,79	0,00	5	1	0
24	11,50	1,00	2,79	2,00	0,00	5	2	0
25	10,60	0,10	2,89	1,10	0,00	5	3	0
26	11,08	0,58	3,47	1,58	0,00	5	4	0
27	10,38	-0,12	3,35	0,88	0,00	5	5	0
28	11,62	1,12	4,47	2,12	0,00	5	6	0
29	11,31	0,81	5,28	1,81	0,00	5	7	0
30	10,52	0,02	5,30	1,02	0,00	5	8	0

175

Carte CuSum

La CuSum tabulée ou algorithmique pour le suivi de la moyenne du processus (exemple)



176

La CuSum tabulée ou algorithmique pour le suivi de la moyenne du processus (exemple)

Les quantités N^+ et N^- dans le tableau indiquent le nombre d'échantillons consécutifs que S_i^+ ou S_i^- ont été non nuls.

Les calculs de CuSum dans le tableau montrent que le CuSum unilatéral supérieure à l'échantillon 29 est $S_{29}^+ = 5.28$. Comme il s'agit de la première période à laquelle $S_i^+ > H = 5$, nous en concluons que le processus est hors contrôle à ce moment-là. La CuSum tabulée indique également le moment où le déplacement s'est probablement produit. Le compteur N^+ enregistre le nombre d'échantillons consécutifs depuis que le Cusum supérieur S_i^+ a dépassé la valeur zéro. Puisque $N^+ = 7$ à l'échantillon 29, on peut conclure que le processus a été contrôlé pour la dernière fois à $29 - 7 = 22$, donc le changement s'est probablement produit entre les échantillons 22 et 23.

Action à entreprendre

L'action entreprise à la suite d'un signal de perte de contrôle sur une carte CuSum est identique à celle de toute carte de contrôle ; il faut rechercher la cause assignable, prendre toute mesure corrective nécessaire, puis réinitialiser la CuSum à zéro. Comme nous l'avons noté dans l'exemple précédent, il suffit de compter à rebours depuis le signal de perte de contrôle jusqu'à l'échantillon où le point d'équilibre s'est élevé au-dessus de zéro pour trouver la première période suivant le changement de processus. Les compteurs N^+ et N^- sont utilisés à ce titre.

Action à entreprendre

Dans les situations où un ajustement de certaines variables manipulables est nécessaire pour ramener le processus à la valeur cible μ_0 , il peut être utile d'avoir une estimation de la nouvelle moyenne du processus après le changement. Elle peut être calculée à partir de :

$$\hat{\mu} = \begin{cases} \mu_0 + K + \frac{S_i^+}{N^+}, & \text{if } S_i^+ > H \\ \mu_0 - K - \frac{S_i^-}{N^-}, & \text{if } S_i^- < -H \end{cases}$$

Action à entreprendre

Pour illustrer l'utilisation de l'équation, considérons la CuSum de l'échantillon 29 avec $S_{29}^+ = 5.28$. À partir de l'équation, nous estimons la nouvelle moyenne du processus comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \mu_0 + K + \frac{S_{29}^+}{N^+} \\ &= 10.0 + 0.5 + \frac{5.28}{7} \\ &= 11.25 \end{aligned}$$

Carte EWMA

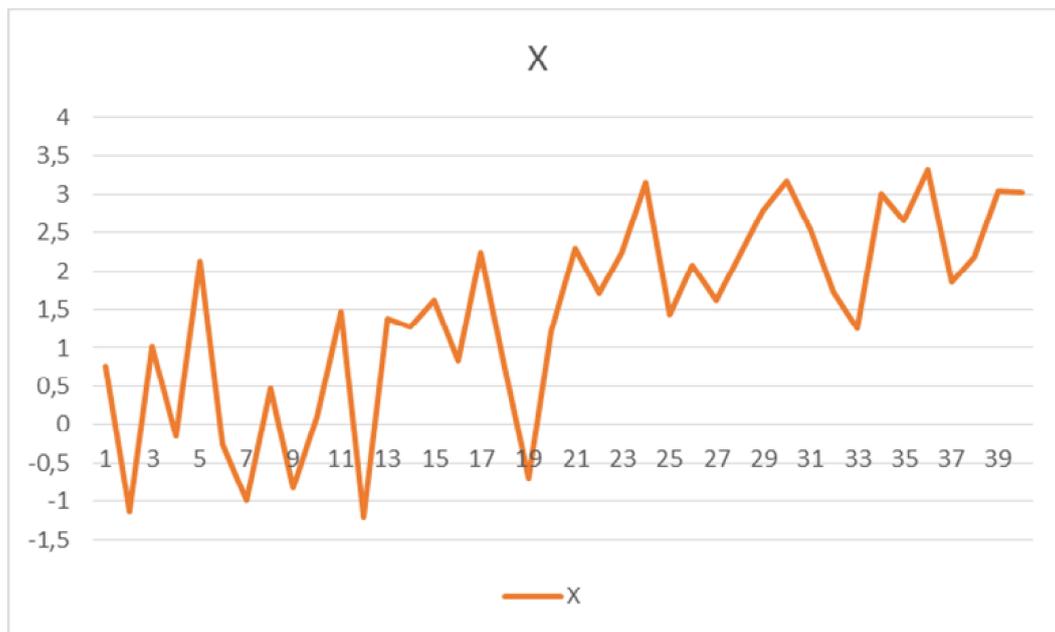
Exponentially Weighted Moving Average

1	0,77	9	-0,82	17	2,24	25	1,44	33	1,25
2	-1,13	10	0,11	18	0,74	26	2,08	34	3
3	1,02	11	1,47	19	-0,7	27	1,62	35	2,66
4	-0,14	12	-1,2	20	1,21	28	2,21	36	3,31
5	2,13	13	1,38	21	2,29	29	2,78	37	1,85
6	-0,25	14	1,27	22	1,71	30	3,17	38	2,19
7	-0,99	15	1,61	23	2,23	31	2,53	39	3,03
8	0,47	16	0,83	24	3,15	32	1,72	40	3,02

Tracer l'évolution de la grandeur physique.

181

Carte EWMA



182

Carte EWMA

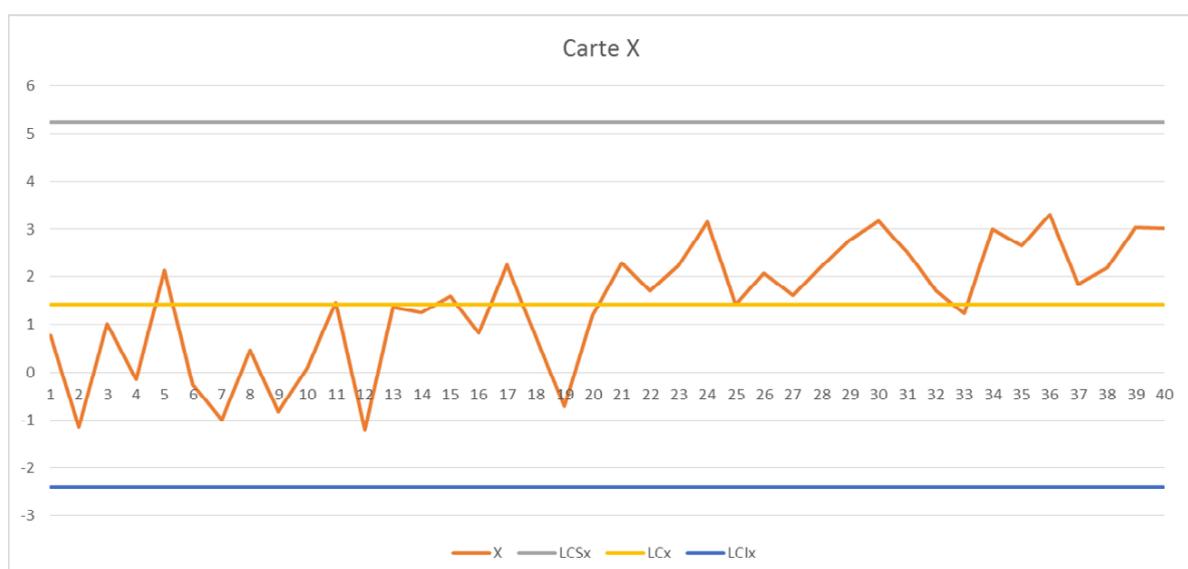
Le processus est visiblement en train de dériver et il faudrait sans doute intervenir pour le ramener sur sa cible (0).

Mais quel critère va nous donner la preuve statistique que le processus a dérivé et qu'il est nécessaire d'intervenir ?

183

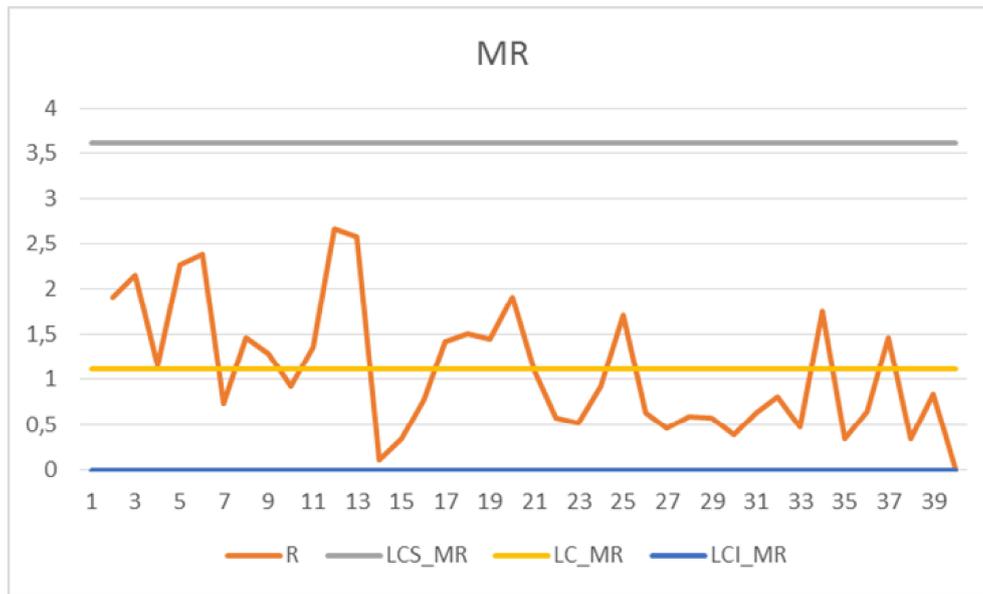
Carte EWMA

Tracer la carte de contrôle.



184

Carte EWMA



185

Carte EWMA

La carte EWMA permet de détecter des petites dérives plus rapidement que ce n'est possible avec la carte de Shewhart. Le calcul EWMA réalise un filtre des variations aléatoires en faisant la moyenne pondérée des dernières valeurs en donnant un poids plus important aux valeurs récentes.

Dans la carte EWMA, pour chaque point, on va tenir compte de l'historique des valeurs mesurées. Pour chaque échantillon, on calcule une moyenne pondérée par un coefficient r , telle que :

$$M_i = r \times \bar{x}_i + (1 - r) \times M_{i-1}$$

C'est cette valeur M_i qui apparaît sur la carte EWMA avec :

- $r \leq 1$ une constante (on prend souvent $r = 0,2$)
- \bar{x}_i est la moyenne de l'échantillon i (de taille n)
- M_0 , valeur initiale = cible ($= \mu_0$ si connu sinon $\bar{\bar{x}}$)

186

Carte EWMA

Par exemple ($M_0 = 0$; $r = 0,2$) :

N°	1	2	3	4	5
y	0,77	-1,13	1,02	-0,14	2,13
M_i					

- pour le point 1 : $M_1 = 0,2 \times 0,77 + 0,8 \times 0 = 0,1543$
- pour le point 2 : $M_2 = 0,2 \times (-1,13) + 0,8 \times 0,1543 = -0,102$
- ...

N°	1	2	3	4	5	...
y	0,77	-1,13	1,02	-0,14	2,13	...
M_i	0,1543	-0,102	0,1226	0,0695

187

Carte EWMA

Calcul des limites d'une carte EWMA

Les limites sont calculées à ± 3 écarts types de la valeur M_i . On montre que les limites se calculent par les relations :

$$LCS_{M_i} = \text{cible} + 3\sigma \sqrt{\frac{r(1 - (1-r)^{2i})}{n(2-r)}}$$

$$LCI_{M_i} = \text{cible} - 3\sigma \sqrt{\frac{r(1 - (1-r)^{2i})}{n(2-r)}}$$

avec :

- i : le numéro de l'échantillon
- σ : l'écart type de la population

188

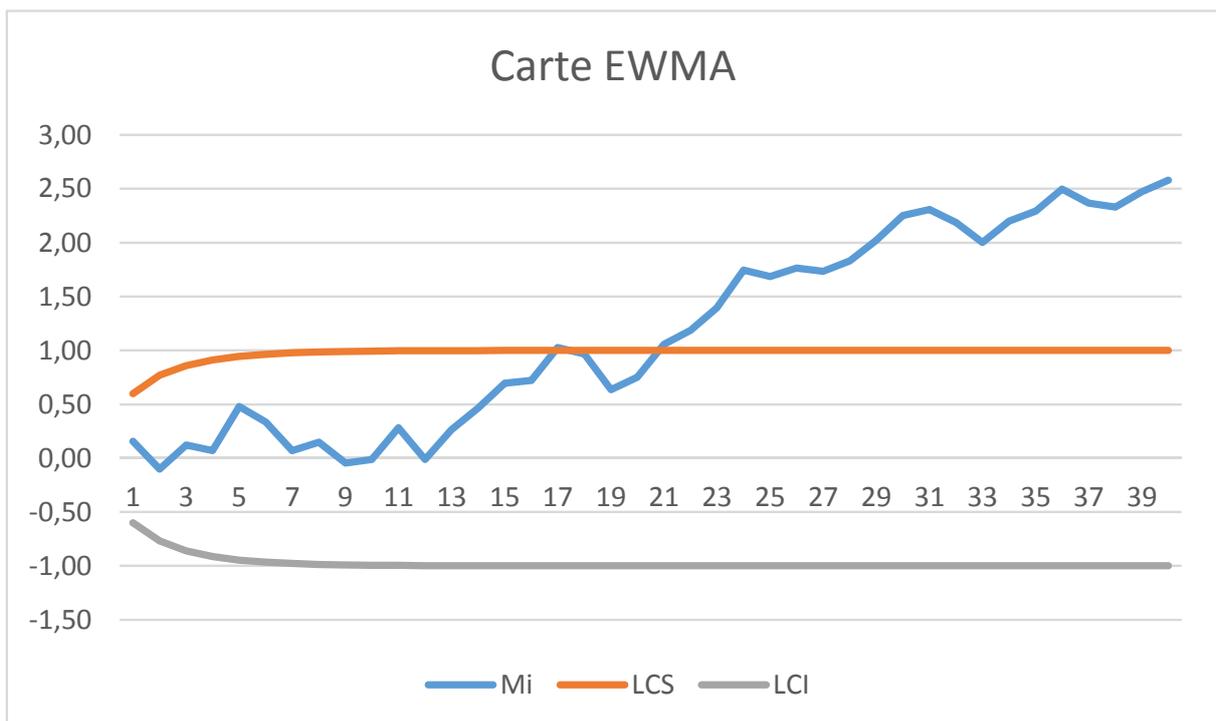
Calcul des limites d'une carte EWMA

Les limites dépendent donc du numéro de l'échantillon, mais elles convergent très vite vers une droite comme le montre le graphique de la carte. Lorsque i augmente, le terme $[1 - (1 - r)^{2i}]$ tend vers 1, les limites deviennent donc :

$$LCS_{M_i} = \text{cible} + 3\sigma \sqrt{\frac{r}{n(2-r)}}$$

$$LCI_{M_i} = \text{cible} - 3\sigma \sqrt{\frac{r}{n(2-r)}}$$

Carte EWMA



Interprétation des cartes EWMA

Les règles d'interprétation des cartes EWMA ne sont pas les mêmes que celles des cartes de contrôle de Shewhart. Ainsi, les règles des tendances à partir des 7 points ne s'appliquent pas. Seul le franchissement des limites déclenche un signal de dérive du processus.

En cas de réglage, la valeur M_i apparaît comme une estimation de la valeur moyenne du processus ; il convient donc de régler le processus de l'écart entre la valeur M_i et la cible.

Enfin, si la carte EWMA est très performante pour détecter des dérives lentes, elle l'est en revanche moins que la carte de Shewhart pour détecter des dérives rapides. L'idéal consiste donc à utiliser ensemble les trois cartes : EWMA, moyennes (ou valeurs individuelles), étendues.