Démo

• $\mathrm{ch}(2x) = \dfrac{e^{2x} + e^{-2x}}{2}$

$$\mathrm{ch}^2 x + \mathrm{sh}^2 x = \left(\frac{e^{x} + e^{-x}}{2}\right)^2 + \left(\frac{e^{x} - e^{-x}}{2}\right)^2$$

$$= \frac{(e^{x})^2 + 2e^{x}e^{-x} + (e^{-x})^2 + (e^{x})^2 - 2e^{x}e^{-x} + (e^{-x})^2}{4}$$

$$= \frac{e^{2x} + \cancel{2} + e^{-2x} + e^{2x} - \cancel{2} + e^{-2x}}{4}$$

$$= \frac{2e^{2x} + 2e^{-2x}}{4}$$

$$= \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathrm{ch}(2x) = \mathrm{ch}^2 x + \mathrm{sh}^2 x}$$

Démo

• $\mathrm{sh}(2x) = \dfrac{e^{2x} - e^{-2x}}{2}$

$$2\,\mathrm{ch}x\,\mathrm{sh}x = 2\left(\frac{e^{x}+e^{-x}}{2}\right)\left(\frac{e^{x}-e^{-x}}{2}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left((e^{x})^2-(e^{-x})^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(e^{2x}-e^{-2x}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathrm{sh}(2x) = 2\,\mathrm{ch}x\,\mathrm{sh}x}$$

- $$\mathrm{th}\,x = \frac{\mathrm{sh}x}{\mathrm{ch}x} = \frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}} \overset{(\times e^{x})}{\underset{(\times e^{x})}{=}} \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$$

$$= \frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$$

. $D_f = \mathbb{R}$

. Dc (+) $\forall x \in D_f, -x \in D_f$

$$f(-x) = \frac{\mathrm{sh}(-x)}{\mathrm{ch}(-x)} = \frac{-\mathrm{sh}(x)}{\mathrm{ch}(x)}$$

car sh est impaire, ch est paire

$$= -f(x)$$

$\Rightarrow$ <u>th est impaire</u>

th est dérivable $\mathcal{E}$ quotient

- $$\mathrm{th}'(x) = \frac{\mathrm{ch}x.\mathrm{ch}x - \mathrm{sh}x.\mathrm{sh}x}{\mathrm{ch}^2x} = \frac{\mathrm{ch}^2x-\mathrm{sh}^2x}{\mathrm{ch}^2x}$$

$$th'(x) = 1 - th^2 x = \frac{1}{ch^2 x}$$

x	0		$+\infty$
$th'(x)$		$+$	
$th(x)$	0	$\nearrow$	1

puis allure de la courbe