$\forall x \in [-1,1]$

a) $\cos(\text{Arccos}\, x + \text{Arcsin}\, x)$

$= \cos(\text{Arccos}\, x)\cos(\text{Arcsin}\, x) - \sin(\text{Arccos}\, x)\sin(\text{Arcsin}\, x)$

$= x \cdot \cos(\text{Arcsin}\, x) - x \sin(\text{Arccos}\, x)$

$= x\sqrt{1-x^2} \quad - x\sqrt{1-x^2}$

$= 0$

car
$\cos(a+b)$
$= \cos a \cos b - \sin a \sin b$

b) $\sin(\text{Arccos}\, x + \text{Arcsin}\, x)$

$=$

$\sin(\text{Arccos}\, x)\cos(\text{Arcsin}\, x) + \sin(\text{Arcsin}\, x)\cos(\text{Arccos}\, x)$

$= \sqrt{1-x^2} \cdot \sqrt{1-x^2} \quad + \quad x \cdot x$

$= 1 - x^2 + x^2$

$= 1$

$\sin(a+b)$
$= \sin a \cos b$
$+ \sin b \cos(a)$

c) $\forall x \in [-1,1]$

$$\left.\begin{array}{l} -\frac{\pi}{2} \leq \text{Arcsin}\, x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 \leq \text{Arccos}\, x \leq \pi \end{array}\right\} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \text{Arcsin}\, x + \text{Arccos}\, x \leq \frac{3\pi}{2}$$

d) Ainsi $\text{Arcsin}\, x + \text{Arccos}\, x$ est un élément de $[-\pi/2, \frac{3\pi}{2}]$
dont le cosinus est nul et dont
le sinus vaut 1.

$\Rightarrow \forall x \in [-1,1]$

$\text{Arcsin}\, x + \text{Arccos}\, x = \pi/2$