DEVOIR SURVEILLE M1.2 N°2

Calculatrice et documents non autorisés - **Toutes les réponses seront justifiées.**
Barème indicatif.

Exercice 1. (1,5 points)
On considère les complexes a, b tous deux de module 1.
A quel ensemble appartient le nombre $\dfrac{a-b}{1+ab}$?

Exercice 2. (2 points)
Résoudre dans $\mathbb{C}$ en donnant les solutions sous formes algébriques et exponentielles.
$\left(\dfrac{z+1}{z-1}\right)^2 = -1$

Exercice 3. (2 points)
Résoudre dans $\mathbb{C}$
$iz^2 - 2iz + i - 2 = 0$

Exercice 4. (2 points)
R, C, w, L étant des réels strictement positifs, donner le module et l'argument de z tel que :
$\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{Rjw} + \dfrac{1}{LCw}$

Exercice 5. (2 points)
Linéariser $\cos x \sin^3 x$

Exercice 6. (3,5 points)
Soit f une application de classe C^1 sur $\mathbb{R}^2$ vérifiant
$3\dfrac{\partial f}{\partial x} + 2\dfrac{\partial f}{\partial y} = x + 2y$. On pose $X = 2x - 3y$ et $Y = x + y$.

1. Exprimer x et y en fonction de X et Y.
2. Résoudre $\dfrac{\partial g}{\partial Y} = -\dfrac{X}{25} + 7\dfrac{Y}{25}$
3. Résoudre $3\dfrac{\partial f}{\partial x} + 2\dfrac{\partial f}{\partial y} = x + 2y$.

Exercice 7. (4 points)
Soit $f(x;y) = 3yx^2$

1. Écrire la différentielle de f en $(4\,;3)$
2. Donner la définition d'une fonction différentiable en $(4;3)$.
3. f est-elle différentiable en $(4;3)$?
4. Le plan tangent à la surface d'équation $z = f(x;y)$ est-il parallèle au plan d'équation $2x - 5y + z = 0$ au point $A(4;3)$?

Exercice 8. (3 points)
Soient f et g deux fonctions de classe C^2 tels que $f(r,\theta) = g(x,y)$ avec $x = r\cos\theta$ et $y = r\sin\theta$.

1. Calculer $\dfrac{\partial f}{\partial \theta}$ en fonction de g.
2. Calculer $\dfrac{\partial^2 f}{\partial \theta^2}$ en fonction de g.