DEVOIR SURVEILLE M1.1 N°2

Calculatrice et documents non autorisés - **Toutes les réponses seront justifiées.**
Barème indicatif.

Exercice 1. (6 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \ln(ax^2 + 5)$$

avec a un réel non nul.
En discutant suivant les valeurs de a répondre aux questions suivantes :

1. Donner le domaine de définition de f.
2. Donner les limites aux bornes du domaine de définition de f.
3. Déterminer les branches infinies.
4. Dresser le tableau de variations sans calculer l'image des extremums.
5. Donner l'allure de la représentation de f.

Exercice 2. (2 points)

Considérons la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x^2 - 3x + 5}{5x - 4}$.
Étudier la branche infinie de f en $+\infty$.

Exercice 3. (2 points)
Considérons la fonction définie par $f(x) = (1 + x)^x$. Donner le domaine de définition de f.

Exercice 4. (1,5 points)

Considérons la fonction f suivante :

$$f(x) = e^{3x-1}$$

1. Trouver une construction de la représentation graphique de f à partir de la fonction exponentielle. On précisera les transformations utilisées, ainsi que l'ordre dans lesquelles elles sont mises en jeu.
2. Vous tracerez la représentation de f, pour $x \in [-2; 2]$, en faisant apparaitre les transformations.

Exercice 5. (2 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[0, 2\pi[$: $\sin(2x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ puis dans $[-\pi, \pi[$: $\cos(x) \geqslant \dfrac{-\sqrt{2}}{2}$.
3. Déterminer la plus petite période de $\tan(3x) + \cos(4x)$.

Exercice 6. (2 point)

Considérons la fonction définie par $f(x) = \text{ch}(\dfrac{x+2}{x-1})$

1. Donner le domaine de définition de f.
2. Donner les limites aux bornes du domaine de définition de f.
3. Déterminer le tableau de variations de f.

Exercice 7. (3,5 points)

1.

(a) Résoudre l'équation différentielle E_1

$$2y' + 5y = x$$

(b) Déterminer la solution f de E_1 satisfaisant la condition initiale : $f(0) = 1$.

2. Résoudre l'équation différentielle E_2

$$2y" + 3y' + 5y = 0$$

.

3. Résoudre l'équation différentielle E_3

$$\ddot{x} - 2\dot{x} - x = 2t^2 + \sin(3t)$$

.

Exercice 8. (1 points)

Calculer à l'aide d'une différentielle une valeur approchée de la variation du volume d'un cône quand sa hauteur augmente de 1 cm.
Rappel : Le volume d'un cône est $\pi R^2 h$.
Données : $R = 2$ m, $h = 1$ m.
