DEVOIR SURVEILLE M1.2 N°2

Calculatrice et documents non autorisés - **Toutes les réponses seront justifiées.**
Barème indicatif.

Exercice 1. (2 points)
Soit f une fonction de classe C^2 de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$
Résoudre l'équation suivante : $\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} = x^3 y$

Exercice 2. (1,5 points)
Soit f et g deux fonctions de classe C^2 à valeurs dans $\mathbb{R}$ telles que $f(x,y) = g(x^2 y)$.

1. Exprimer $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ en fonction de g, x et y.
2. Exprimer $\dfrac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ en fonction de g, x et y.

Exercice 3. (1,5 points)
Soit $t = vu^2 + \dfrac{1}{u}$ avec $v = e^{2x}$ et $u = \ln(1+x)$ avec $x \in]1; +\infty[$ Calculer dt en fonction de x sans exprimer t en fonction de x.

Exercice 4. (2 points)
Soit S la surface d'équation $z = 3xy$. Soit P le plan d'équation $x + 2y + 3z = 1$. Déterminer le(s) point(s) M de S où le plan tangent à S en M est parallèle à P ?

Exercice 5. (2 points)
Linéariser et donner une primitive de $\cos^4 x$

Exercice 6. (2,5 points)
Donner le module, un argument ainsi que la forme algébrique de z dans les cas suivants :

1. $z = \dfrac{\cos\theta + i\sin\theta}{\cos\theta - i\sin\theta}$
2. $\dfrac{1}{z} = \dfrac{1}{Rw} + j\dfrac{RC}{Lw}$ où R, C, L et w sont des constantes strictement positives.

Exercice 7. (4 points)
Résoudre les équations suivantes, on donnera la forme algébrique des solutions.

1. $(2z+i)^3 = -1$
2. $z^2 - (5-i)z + 8 - 4i = 0$

Exercice 8. (4,5 points)

Soit f une fonction de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ telle que $f(x,y) = \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$ pour $(x,y) \neq (0,0)$ et $f(0,0) = 0$.

1. f est elle continue en $(0,0)$?
2. Calculer $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ pour $(x,y) \neq (0,0)$. Admet elle une limite en $(0,0)$?
3. $\dfrac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ existe elle néanmoins ?
4. Est ce que f est de classe C^1 en $(0,0)$?
5. Est ce que f est différentiable en $(0,0)$?