DEVOIR SURVEILLE M1.1 N°1

Calculatrice et documents non autorisés - **Toutes les réponses seront justifiées.**
Barème indicatif.

Exercice 1. (Question de cours (1,5 points))

Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, on suppose que f admet une limite ℓ au voisinage de $+\infty$ avec $\ell > 0$.

1. Écrire la définition de la limite pour f.
2. En déduire qu'il existe un réel A strictement positif tel que pour tout $x \geqslant A$ on ait $f(x) > 0$.

Exercice 2. (4,5 points)
Calculer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x^2+x-6}$.
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+2x)}{3x}$.
3. $\lim\limits_{R\to+\infty} \dfrac{RC\omega}{1+RC\omega}$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2x+5} - \sqrt{x^2+3}$.
5. $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{e^{ax}+2}{3e^{ax}-1}$ où $a \in \mathbb{R}$

Exercice 3. (3 points)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $|-5x+1| < 3$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $1 \leqslant |7x+2| \leqslant 2$.
3. Déterminer et représenter l'ensemble des points $M(x,y)$ du plan vérifiant $|\dfrac{y}{x}| \leqslant 1$.

Exercice 4. (3,5 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2 \exp(-\dfrac{1}{x})$ pour $x \in]0,+\infty[$:

1. f est-elle prolongeable par continuité en 0 ?
2. f est-elle dérivable en 0 ?
3. f est-elle de classe C^1 en 0 ?

Exercice 5. (1,5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(|x|)$.

1. Étudier la dérivabilité de f sur $\mathbb{R}$.
2. Que peut on en déduire graphiquement au point d'abscisse 0 ?

Exercice 6. (2 points)
Calculer la dérivée de la fonction suivante, on donnera le résultat sous la forme la plus simplifiée et factorisée possible (on ne donnera pas le domaine de dérivabilité) :

$$f(x) = \sqrt{\frac{3\ln(2x+1) - 5}{4\ln(2x+1) + 2}}$$

Exercice 7. (1,5 points)

Soit r définie par $r = \dfrac{\cos(y)}{\sin(x) + 2}$ avec y et x deux fonctions de la variable z. Calculer la différentielle de r.

Exercice 8. (2,5 points)

D'après la loi des gaz parfaits avec n, R et T des constantes réelles positives avce V le volume qui dépend de la pression P.

$$V = \frac{nRT}{P}.$$

1. Déterminer l'expression de la variation du volume correspondant à une petite variation de la pression P de 200 000 à 200 100 Pa sous forme littérale.
2. Á l'aide d'une différentielle, déterminer l'expression d'une valeur approchée de cette variation sous forme littérale.